

Introduction

Magnétisme : Dû à la présence de moment magnétique \vec{m}
Champ magnétique \vec{H} → influence sur \vec{m}

Aimantation solide $\vec{M} = \frac{\sum \vec{m}_i}{\text{Volume}}$

Susceptibilité magnétique $\chi = \left. \frac{\partial M}{\partial H} \right|_{H=0}$

3 familles de matériaux magnétiques :

1) Matériaux diamagnétiques

↳ Peut être observé sans atome magnétique
Si $\vec{H} = \vec{0}$ pas d'aimantation

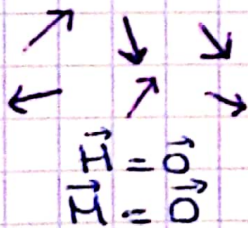
Si $\vec{H} \neq \vec{0}$, une aimantation induite de petite amplitude est observée, opposé à \vec{H}

$$\chi_{\text{dia}} = \ominus 10^{-5}$$

(Existe aussi pour atome avec moment magnétique permanent, mais sa contribution est très faible)

2) Matériaux Paramagnétiques

↳ Typique d'un matériaux avec moment magnétique permanent sans interaction



$$\chi_{\text{para}} > 0 \sim 10^{-3} / 10^{-2}$$
$$\chi_{\text{para}} \propto \frac{1}{T}$$

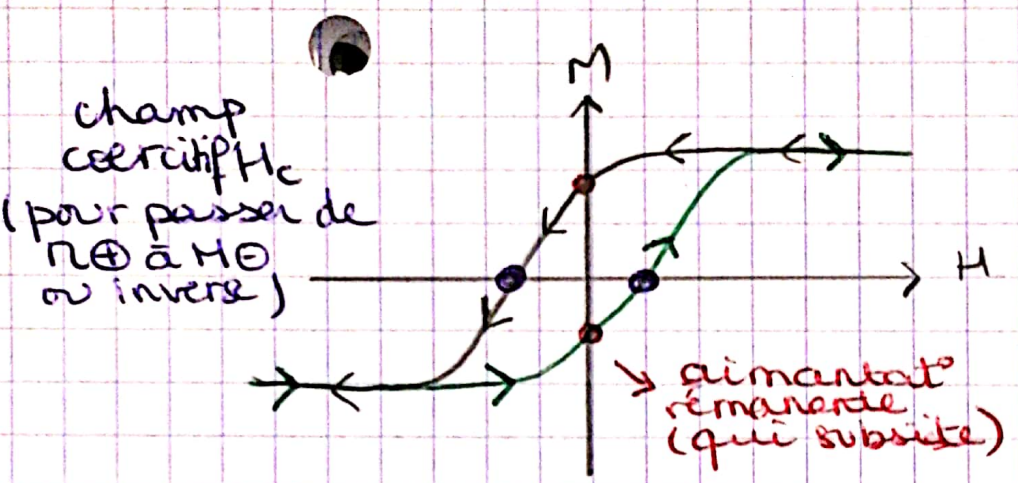
↳ Loi Curie

3) Matériaux ferromagnétiques

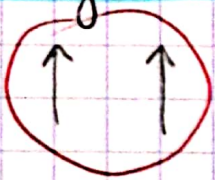
↳ aimants permanents, si $\vec{H} = \vec{0}$; $\vec{M} \neq \vec{0}$


Moments magnétiques sont couplés et s'orientent // à leur 1^{er} voisin.

À haute température, un désordre est observé → phase paramagnétique à la température critique T_c
 $T < T_c \Rightarrow \text{Ferro}$ / $T > T_c \Rightarrow \text{Para}$



4) Origine des moments magnétique ds un solide

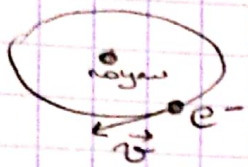
$2e^-$  \rightarrow 2 états identiques donc e^- séparés d'une distance r

$2e^-$  \rightarrow 2 états \neq donc peuvent être au même endroit.

\Rightarrow Interaction coulombienne (répulsion) \oplus importante dans le 2^{ème} cas car r petit, donc cela coûte \oplus d'énergie \Rightarrow Moments magnétiques

Magnétisme: cas atomique

I - Cas d'un électron dans un atome



Moment magnétique car :

→ rotation e^- autour noyau

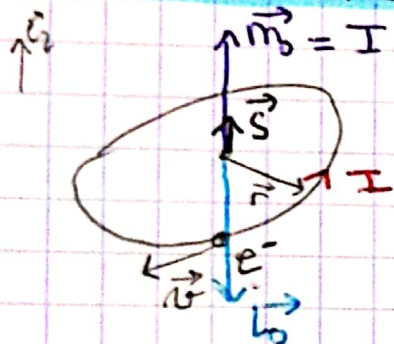
↳ boucle de courant → dipôle magn.

↳ Moment magnétique orbital \vec{m}_o

→ spin de l' e^-

↳ moment magnétique de spin \vec{m}_s

1) Moment magnétique orbital \vec{m}_o



$$I = \frac{e}{\text{période totale}} = \frac{e \cdot v}{2\pi r}$$

$$\vec{S} = S \vec{e}_z = \pi r^2 \vec{e}_z$$

$$\vec{m}_o = I \cdot \vec{S} = \frac{e \cdot v \cdot r}{2} \vec{e}_z$$

$$\vec{m}_o = \left(\frac{e}{2m_e} \right) \vec{L}_o$$

$$\vec{L}_o = \vec{r} \wedge \vec{p} = -m_e r \cdot v \vec{e}_z$$

↳ moment angulaire orbitale

γ : rapport orbital gyromagnétique

Fonction $1e^-$ → Equation Schrödinger

↳ 4 nombres quantiques: n, l, m, σ

Pour l'état électronique (n, l, m, σ) : $\vec{L}_o = \hbar l \vec{e}_z$ sans dim

valeurs propres $\begin{cases} l^2 \rightarrow l(l+1) \\ l_z \rightarrow m \rightarrow \text{projectio } L_o \text{ selon } e_z \end{cases}$

$$\vec{m}_o = - \left(\frac{e\hbar}{2m_e} \right) l \vec{e}_z$$

μ_B : magnéton de Bohr

\vec{m}_o est donc quantifié car l quantifié ($\|\vec{m}_o\|$ et m_{oz})
(ici z axe de quantification = direction du champ magn.)

2) Moment magnétique de spin \vec{m}_s

1922: Expérience Stern and Gerlach (voir cours)

moment angulaire de spin $\vec{S} = \hbar s \vec{e}_z$

$s^2 \rightarrow s(s+1)$ avec $s = 1/2$
 $s_z \rightarrow \pm 1/2 = \sigma$

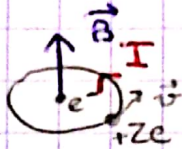
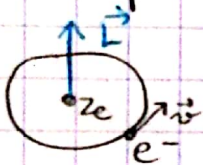
$$g_s = -\frac{e}{m_e} = 2\gamma \rightarrow$$

$$\vec{m}_s = -\frac{e\hbar}{m_e} \vec{S} = 2\mu_B \vec{S}$$

↳ rapport de spin gyromagnétique

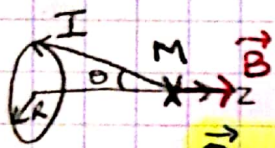
$$m_s^2 = \pm \mu_B$$

3) Couplage spin-orbite



→ rotation du noyau dans le ref de l'e- crée un champ magnétique d'induction \$\vec{B}\$ agissant sur \$\vec{m}_s\$.

$$I = \frac{Ze}{T} = \frac{Ze}{2\pi r/v} = \frac{Zev}{2\pi r/\omega r} = \frac{Zev\omega}{2\pi}$$



$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3\theta \vec{u}_z ; \text{ pour l'e- } (\theta = \frac{\pi}{2}) : \vec{B} = \frac{\mu_0}{2R} \cdot \frac{Zev\omega}{2\pi} \vec{u}_z$$

moment angulaire de rotation

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge (m_e \vec{v}) = m_e \omega r^2 \vec{u}_z (= L_0 \vec{u}_z)$$

$$\vec{B} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze}{c^2 m_e r^3} \vec{L} \quad \text{avec } \mu_0 = 1/\epsilon_0 c^2$$

L'énergie associée à \$\vec{m}_s\$ dans \$\vec{B}\$: $E_{so} = -\vec{m}_s \cdot \vec{B} = -\frac{e}{m_e} \vec{S} \cdot \vec{B}$

$$E_{so} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^3} \cdot \frac{1}{m_e^2 c^2} \vec{L} \cdot \vec{S} = \frac{1}{m_e^2 c^2} \cdot \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} \vec{L} \cdot \vec{S}$$

$$\text{avec } V(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

II - Atome à plusieurs électrons

1) Moment angulaire total \$\vec{J}\$

Moment angulaire de spin
Moment angulaire orbitale

$$\vec{J} = \sum \vec{S}_i \quad \left. \begin{array}{l} \vec{L} = \sum \vec{L}_i \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{uniquement} \\ \text{orbitales} \\ \text{non remplies} \\ \text{car sinon} = 0 \end{array}$$

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} = \hbar \vec{J}$$

$$J^2 \rightarrow J(J+1)\hbar^2$$

$$J^2 \rightarrow J(J+1)$$

$$J_z \rightarrow M_J \hbar \quad J \leq M_J \leq J$$

2) Interaction spin-orbite:

• Chaque e^- dans son orbite ressent l'interaction du moment orbitale avec le moment de spin (avec les autres e^- l'interaction est trop petite)

$$E_{SO} = -\lambda \vec{L} \cdot \vec{S}$$

• $\lambda < 0$: moins de la moitié de l'orbitale remplie
 \vec{L} et \vec{S} anti//

• $\lambda > 0$: ⊕ de la moitié remplie
 \vec{L} et \vec{S} //

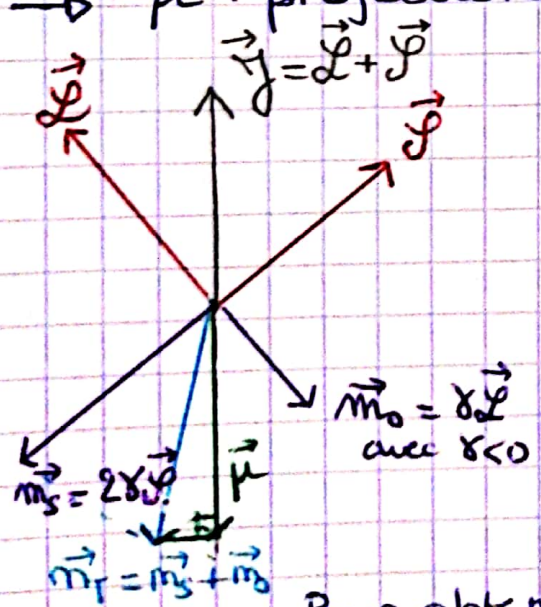
3) Valeur du moment magnétique total \vec{m}_T

on a $\vec{m} = \vec{m}_L + \vec{m}_S$
 $= \gamma \vec{L} + \gamma_S \vec{S}$ pour $1e^-$

$$\hookrightarrow \vec{m}_T = \sum_e \vec{m}_i = \gamma \sum \vec{L}_i + \gamma_S \sum \vec{S}_i = \gamma \vec{L} + \gamma_S \vec{S} = \gamma (\vec{L} + 2\vec{S})$$

• Relation avec \vec{J} ? À cause de l'interaction spin-orbite \vec{m}_T n'est pas une observable

$\vec{\mu}$: projection de \vec{m}_T dans la direction de \vec{J} .



$$\vec{\mu} = \underbrace{\vec{m}_T \cdot \frac{\vec{J}}{\|\vec{J}\|}}_{\text{projection}} \frac{\vec{J}}{\|\vec{J}\|}$$

→ vecteur unité // à \vec{J}

$$\vec{\mu} = -\mu_B \left(1 + \frac{J^2 - L^2 + S^2}{2J^2} \right) \frac{\vec{J}}{\hbar}$$

(dimo cours)

avec $\vec{J} = \hbar \vec{J}$

Pour obtenir le resultat de la mesure de $\vec{\mu}$, on passe aux valeurs propres:

$$\vec{\mu} = -\mu_B \left(1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)} \right) \vec{J}$$

$$J^2 \rightarrow J(J+1)\hbar^2$$

$$L^2 \rightarrow L(L+1)\hbar^2$$

$$S^2 \rightarrow S(S+1)\hbar^2$$

$$\vec{\mu} = -\mu_B g_J \vec{J}$$

g_J : facteur de Landé

4) Cas spécifique des éléments de terre rares

↳ couche 4f partiellement remplie

J obtenu en appliquant les règles de Hund :

① Spin total doit être max en respectant le principe de Pauli →

② Idem pour L

③ J est $|L-S|$ si couche \ominus de la moitié remplie
 $|L+S|$ si couche \oplus que la moitié

exemple: $4f^{12}$ $l=3$ $-3 \leq m \leq 3$

$m =$ 3 2 1 0 -1 -2 -3

↑↓ ↑↓ ↑↓ ↑↓ ↑↓ ↑ ↑

$S=1$

$L=5$

$$= 3 \times 2 + 2 \times 2 + 1 \times 2 + 0 \times 2 - 1 \times 2 - 2 \times 1 - 3 \times 1$$

⊕ À moitié remplie → $J = 1 + 5 = 6$

$$g_{\text{LS}} = 7/6$$

$$\mu = -\mu_B \cdot \frac{7}{6} J$$

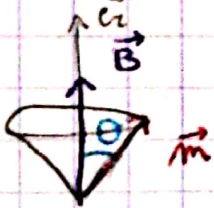
$$\mu_z = -\mu_B \cdot \frac{7}{6} M_J \text{ avec } -J \leq M_J \leq J$$

III - Paramagnétisme d'un ion isolé

On considère un seul moment magnétique dans un champ magnétique d'induction \vec{B} à T°C selon \vec{u}_z .

1) Cas classique

\vec{m} dans une direction quelconque de l'espace



Energie Zeeman: $E_{\text{Zeeman}} = -\vec{m} \cdot \vec{B}$
 $= -mB \cos \theta = E(\theta)$

Proba $p(\theta)d\theta$ d'être entre θ et $\theta+d\theta$

$$p(\theta)d\theta = A \exp\left(-\frac{E(\theta)}{kT}\right) \cdot 2\pi \sin \theta d\theta$$

angle solide

$$A = \frac{1}{\int_0^\pi \exp(-E(\theta)/kT) 2\pi \sin \theta d\theta} \Rightarrow \text{normalisation}$$

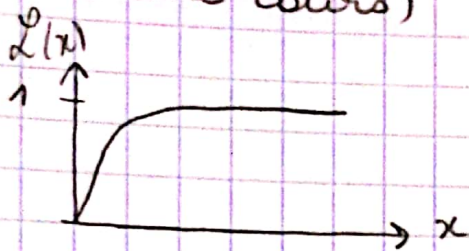
On calcule $\langle m_z \rangle_T$ (moyenne thermodynamique) de $m_z = m \cos \theta$

$$\langle m_z \rangle_T = \int_0^\pi m_z p(\theta) d\theta$$

$$\langle m_z \rangle_T = m \left[\text{coth}(\alpha) - \frac{1}{\alpha} \right] \text{ avec } \alpha = \frac{mB}{kT}$$

(d'après cours)

$\mathcal{L}(\alpha)$: fonction Langevin



• $\mathcal{L}(\alpha) \rightarrow 1$
 $(B \uparrow \text{ ou } T \downarrow)$

$\langle m_z \rangle_T \rightarrow m$ saturat^o

• $\mathcal{L}(\alpha) \approx \alpha/3$
 $(B \text{ faible})$

$\langle m_z \rangle_T \approx \frac{m\alpha}{3}$
 $= \frac{m^2 B}{3kT}$

champ
magnétique
induit
ds le vide

$B = \mu_0 H$

champ
magnétique
ds le vide

$= \frac{\mu_0 m^2 H}{3kT}$

$$\chi_{\text{Langevin}} = \left. \frac{\partial m}{\partial H} \right|_{H=0} = \frac{\mu_0 m^2}{3kT} = \frac{C}{T} \rightarrow \text{Loi Curie}$$

Expérimentalement, la saturation est obtenue à valeur de B faible; en comparaison au modèle classique de Langevin.

Ceci est dû au fait que m_z varie entre $-m$ et m de manière quantifiée. (on suppose avant que m variait dans tout l'espace).

$$m_z = -g_J \mu_B M_J \text{ avec } -J \leq M_J \leq J$$

$(2J+1)$ valeurs pour m_z

2) Modèle quantique Brillouin du paramagnétisme

$$E_{\text{Zeeman}} = -\vec{m} \cdot \vec{B} = -m_z B = \mu_B g_B B M_J = E(M_J)$$

$$p(M_J) = A e^{-E(M_J)/kT} \rightarrow \text{proba d'être dans l'état } M_J$$

$$\langle m_z \rangle_T = \sum_{M_J=-J}^J m_z p(M_J) \quad A = \frac{1}{\sum_{M_J=-J}^J e^{-\alpha M_J}}$$

$$\langle m_z \rangle_T = \mu_B g_J \left(\frac{(2J+1)}{2} \text{coth}\left(\frac{2J+1}{2} \alpha\right) - \frac{1}{2} \text{coth}\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right)$$

→ voir démo cours

$B_J(\alpha)$: Fonction Brillouin
à l'ordre J avec $\alpha = g_J \mu_B B / kT$

$$B_J(x) \approx \frac{J(J+1)}{3} x \quad \text{si } B \rightarrow 0$$

$$\langle m_z \rangle_T = \frac{g_J^2 \mu_B^2 J(J+1) \mu_0 H}{3kT}$$

$$\chi_{\text{Brillouin}} = \left. \frac{\partial m}{\partial H} \right|_{H=0} = \mu_0 g_J^2 \mu_B^2 \frac{J(J+1)}{3kT} = \frac{C}{T}$$

Modèle Classique

$$\chi_{\text{Lang}} = \frac{\mu_0 m^2}{3kT}$$

Modèle Quantique

$$\chi_{\text{Brill}} = \frac{\mu_0}{3kT} (g_J^2 \mu_B^2 J(J+1))$$

$$m \Leftrightarrow g_J \mu_B \sqrt{J(J+1)}$$

P_{eff} : Nombre effectif du magneton de Bohr

Magnétisme à l'état solide

1) Introduction

2 types de solides magnétiques

◦ Cas de magnétisme localisé

- les e^- responsable du magnétisme reste localisé autour de leur atome d'origine après la formation du solide
- la nouvelle valeur du moment magnétique est plus ou moins modifié avec le cas de l'atome isolé.

◦ Cas d'électrons délocalisés

- e^- délocalisé après formation du solide.
- Pour calculer les propriétés magnétiques on utilise le modèle des e^- libres, casi libre...

2) Cas des électrons localisés

a) Condition pour magnétisme dans un solide
la formation de liaisons chimiques dans un solide résulte d'orbitales saturées qui sont non magnétiques.

- Couche externe impliqué dans la création de liaisons. Seulement les couches internes sont magnétiques et ont une chance de conserver un moment magnétique nul
↳ le cas de $3d, 4f, 5f$

b) Paramagnétisme dans un solide



moments magnétiques localisés sans interaction

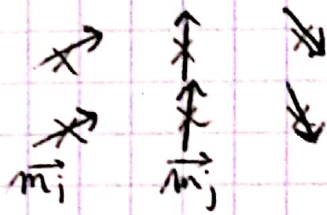
$$\langle M_z \rangle_T = \sum \langle m_z \rangle_T = N \langle m_z \rangle_T$$

↳ Langmuir ou Bragg model

c) Ferromagnétisme d'un solide dans l'approx du champ moléculaire

N atomes magnétiques avec interaction magnétique (interaction d'échange) tend à aligner les moments avec leurs 1^{er} voisin.

• Interaction d'échange et champ moléculaire



Interaction d'échange introduit par un terme d'énergie :

$$E_{ij} = -\mu_0 n_{ij} \vec{m}_i \cdot \vec{m}_j$$

n_{ij} constante de couplage entre i et j

$n_{ij} > 0 \Rightarrow$ Ferromagnétisme
 $\vec{m}_i \parallel \vec{m}_j$

$n_{ij} < 0 \Rightarrow$ antiferromagnétisme

Pour un solide, énergie total d'échange :

$$E_{exch} = -\frac{\mu_0}{2} \sum_i \left(\sum_{j \neq i} n_{ij} \vec{m}_i \cdot \vec{m}_j \right)$$

\vec{H}_i champ magnétique interne local sur \vec{m}_i

\Rightarrow chaque \vec{m}_i s'aligne avec \vec{H}_i

PROBLEME À $T \neq 0K$, tous les \vec{m}_j fluctuent, valeur exacte de \vec{H}_i ne peut être calculé

• Approximation du champ moléculaire :

On remplace \vec{H}_i par moyenne thermo $\langle \vec{H}_i \rangle_T$ champ moléculaire

Cette approx est précis pour une T^C bien en dessous de la température de Curie T_c , c.à.d. qd les fluctuations thermiques sont basses.

$$\vec{H}_i = \langle \vec{H}_i \rangle_T = \sum_{j \neq i} n_{ij} \langle \vec{m}_j \rangle_T = \vec{H}_{mol}$$

\vec{H}_{mol} \hookrightarrow champ moléculaire

Pour N atomes identiques : $\langle \vec{m}_j \rangle_T = \langle \vec{m} \rangle$

$$\vec{H}_{mol} = \langle \vec{m} \rangle_T \sum_{j \neq i} n_{ij} \quad \text{avec le moment magnétique total } \vec{M} = N \langle \vec{m} \rangle_T$$

$$\vec{H}_{mol} = W \vec{M} \quad \text{avec } W = \frac{\sum n_{ij}}{N}$$

◦ Ferromagnétisme avec l'approximation du champ moléculaire

Moment magnétique aligné du à l'action de:

- H_{mol}
- H (champ réel appliqué)

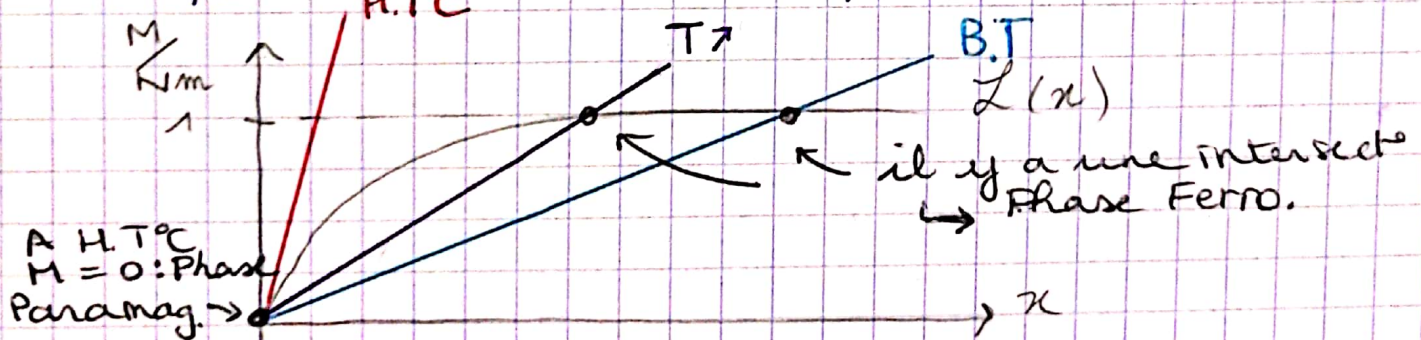
on utilise le modèle classique de Langevin pour paramagnétisme et on remplace H par $H + H_{mol}$

$$\begin{cases} M = Nm \mathcal{L}(x) \\ x = \frac{\mu_0 m H}{kT} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} M = Nm \mathcal{L}(x) \\ x = \frac{\mu_0 m}{kT} (H + H_{mol}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} M = Nm \mathcal{L}(x) \\ M = \frac{kT x}{\mu_0 W m} - \frac{M}{W} \end{cases} \leftarrow \begin{array}{l} \text{on peut} \\ \text{aussi en} \\ \text{déduire } M \end{array}$$

→ Sans champ externe $H=0$

$$\begin{cases} M = Nm \mathcal{L}(x) \\ M = \frac{kT x}{W \mu_0 m} \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} M/Nm = \mathcal{L}(x) \\ M/Nm = \frac{kT x}{NW \mu_0 m^2} \end{array}$$



→ Si $T \uparrow$ alors $M \downarrow$; à $T = T_c$ passage de la phase ferro à para.

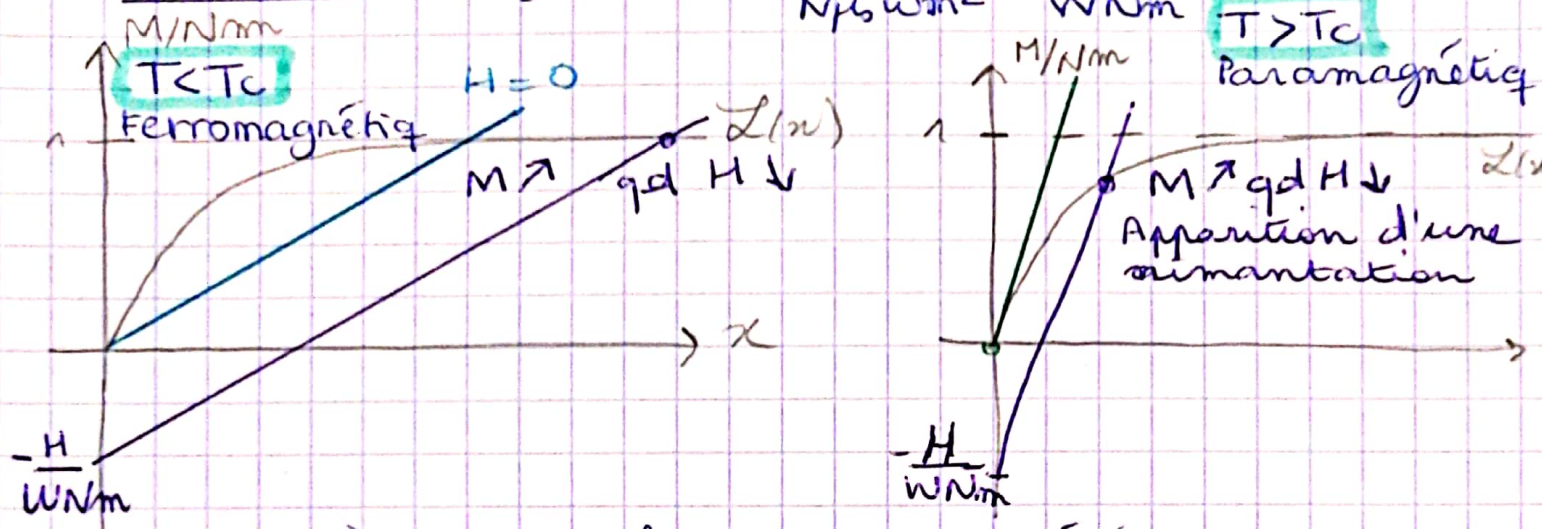
On a $T = T_c$; qd $\mathcal{L}(x) \underset{x \rightarrow 0}{\approx} \frac{x}{3} = \frac{kT_c x}{NW \mu_0 m^2}$

$$T_c = \frac{N \mu_0 W m^2}{3 k_B}$$

$T_c \propto W = \frac{\sum_{ij} J_{ij}}{N}$; un δ avec un couplage d'échange élevé, a une température T_c élevée.

$$\begin{cases} M/Nm = \mathcal{L}(x) \\ M/Nm = \frac{kTx}{N\mu_0 \omega m^2} - \frac{H}{\omega Nm} \end{cases}$$

→ Si $H \neq 0$



◦ Cas où $T > T_c$, phase paramagnétique

$$\chi = \frac{\mu_0 m}{kT} (H + \omega M) \rightarrow \mathcal{L}(x) \approx \frac{x}{3} = \frac{1}{3} \frac{\mu_0 m}{kT} (H + \omega M)$$

$$M = \frac{N\mu_0^2 \mu_B}{3kT} (H + \omega M)$$

\mathcal{C} constante de Curie

$$M(1 - \frac{\mathcal{C}\omega}{T}) = \frac{\mathcal{C}H}{T}$$

$$M = \frac{\mathcal{C}}{T - \mathcal{C}\omega} H = \frac{\mathcal{C}}{T - T_c} H$$

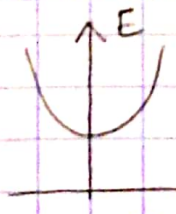
$$\chi_{para} = \frac{\mathcal{C}}{T - T_c} \propto 1/T$$

3) Magnétisme à l'état solide dans le modèle des électrons délocalisés

◦ Introduction

↳ cas typique des transitions dans un métal (et alliages)

Cas e-libre



$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) \text{ avec } k_x = \frac{2\pi n_x}{L_x} \dots$$

$N(E)$: combien d' e^- avec une énergie entre 0 et E ?
 $E = \text{cote} \rightarrow$ sphère avec un rayon k

$$N(E) = \frac{2}{2\pi \cdot 2\pi \cdot 2\pi} \frac{\text{Volume of sphere}}{\text{Volume pour } 1k^3} = 2 \cdot \frac{\frac{4\pi}{3} \cdot k^3}{3\pi^2} = \frac{V}{3\pi^2} k^3$$

2 spin

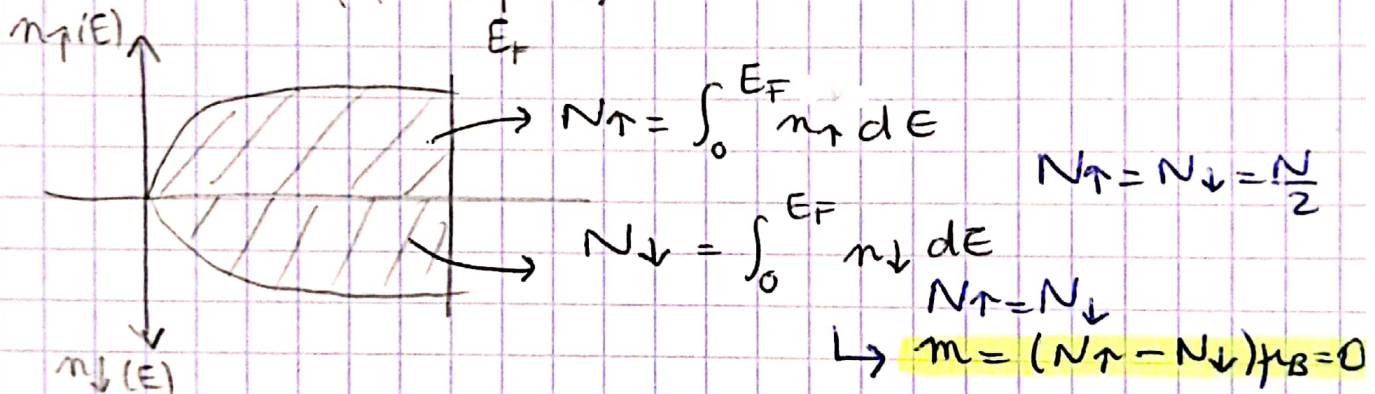
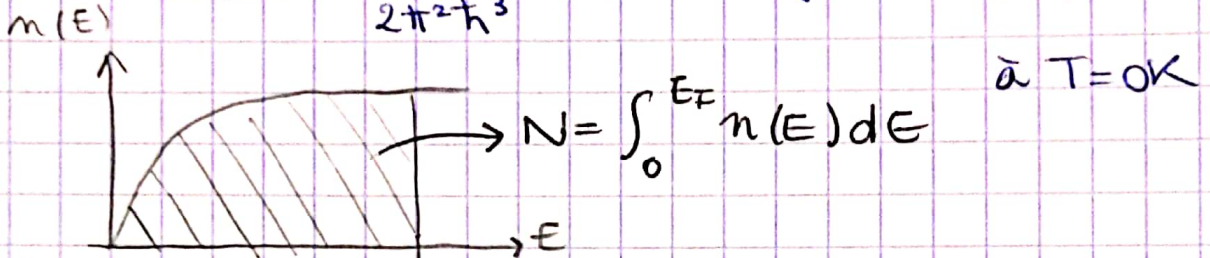
$$N(E_F) = N \Rightarrow \frac{V}{3\pi^2} k_F^3 = N \quad \text{et} \quad E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}$$

$$E_F = \left(\frac{N}{V} 3\pi^2 \right)^{2/3} \frac{\hbar^2}{2m}$$

• Densité d'état $n(E)$: combien d'électron entre E et $E+dE$

$$n(E) = \frac{dN}{dE} = \frac{d}{dE} \left(\frac{V}{3\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} E \right)^{3/2} \right)$$

$$n(E) = \frac{V(2m)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} E^{1/2} = n_{\downarrow}(E) + n_{\uparrow}(E)$$

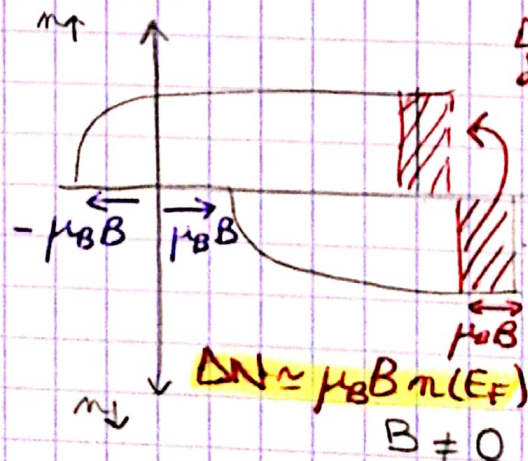
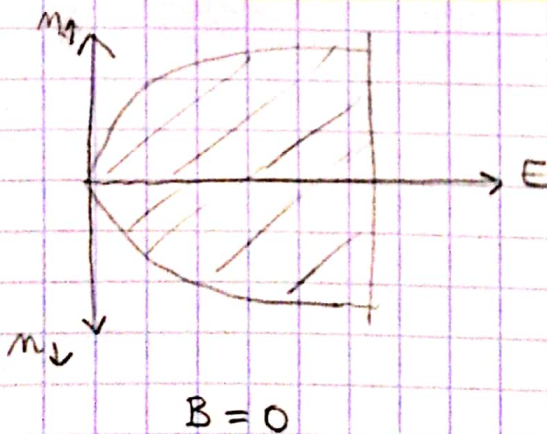


Mais les matériaux magnétiques n'ont pas autant de \uparrow et de \downarrow

• Paramagnétisme de Pauli d'un gaz d'électron libres
 $\rightarrow \vec{B} \parallel \vec{e}_z$ et Energie de Zeeman = $-\vec{m} \cdot \vec{B}$

$$e^{-\uparrow} \quad \Delta E_{\uparrow} = -\vec{m}_{\uparrow} \cdot \vec{B} = -\mu_B B \Rightarrow E \downarrow$$

$$e^{-\downarrow} \quad \Delta E_{\downarrow} = -\vec{m}_{\downarrow} \cdot \vec{B} = \mu_B B \Rightarrow E \uparrow$$



ΔN transférée de \downarrow à \uparrow pour réduire l'énergie tot.

Si $N_{\uparrow} > N_{\downarrow}$ → champ magnétique apparait

$$m = (N_{\uparrow} - N_{\downarrow}) \mu_B$$

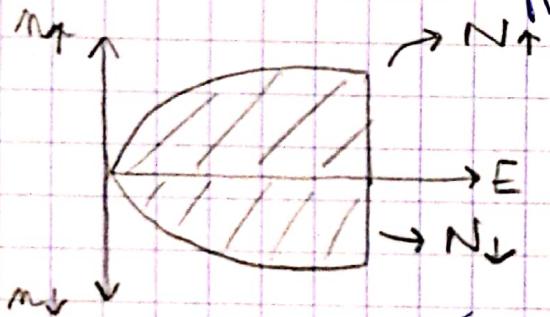
$$= 2 \Delta N \mu_B = 2 \mu_B^2 B n(E_F)$$

$$\chi_{\text{Pauli}} = \frac{\partial m}{\partial H} = 2 \mu_B / \mu_B^2 n(E_F)$$

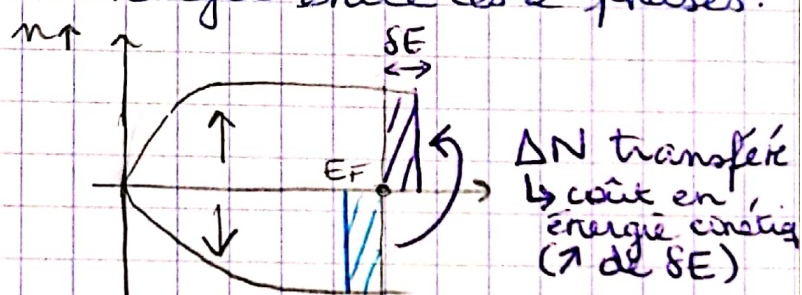
• Ferromagnétisme de bande: modèle de Stoner
Parmis les métaux de transitions 3d seulement Fe, Co, Ni sont ferromagnétiques → il y a une raison énergétique à l'apparition du ferromagnétisme.

Stoner: Due au principe de Pauli d'exclusion, $2e^-$ identiques ne peuvent pas être localisés au même point (énergie coulombienne) ↑ ou ↓ pas ↑ ↓
Pour ↑ ↓ → répulsion coulombienne augmenter d'une quantité \mathcal{U} comparée à ↑ ↑ ou ↓ ↓ énergie cste
↳ on ajoute un terme d'énergie $N_{\uparrow} N_{\downarrow} \mathcal{U}$

On détermine la différence d'énergie entre les 2 phases:



Phase Paramagnétique
 $N_{\uparrow} = N_{\downarrow} = N/2$



Phase ferromagnétique
Énergie augmente de \mathcal{U} , mais $N_{\downarrow} < N_{\uparrow}$, donc $N_{\uparrow} N_{\downarrow} \mathcal{U}$ diminue

• Total Énergie

→ nbre d' e^- : $\Delta N = \mathcal{U} E_F n(E_F)$

→ variat° É cinétique: $\Delta E_c = \Delta N \cdot \mathcal{U} E_F = \mathcal{U}^2 n(E_F)$

→ variat° É. pot: $\Delta E_p = (\frac{N}{2} + \Delta N)(\frac{N}{2} - \Delta N) \mathcal{U} - (\frac{N}{2})^2 \mathcal{U}$
 $= -(\Delta N)^2 \mathcal{U} = -\mathcal{U} (\mathcal{U} E_F n(E_F))^2$

$$\Delta E_{\text{TOT}} = \Delta E_c + \Delta E_p = n(E_F) \mathcal{U}^2 - \mathcal{U} (\mathcal{U} E_F n(E_F))^2 = (\mathcal{U} E_F)^2 n(E_F) [1 - \mathcal{U} n(E_F)]$$

↳ Ferromagnétique stable si $\Delta E_{\text{TOT}} < 0$

⇒ $n(E_F) \mathcal{U} > 1$ ⇒ critère de Stoner

⇒ Calcule du moment magnétique et la susceptibilité magnétique d'une phase ferro.

$\vec{B} = B\vec{e}_z$

e^\uparrow : $E_\uparrow = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + N_\downarrow \mathcal{Z} - \mu_B B$

e^\downarrow : $E_\downarrow = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + N_\uparrow \mathcal{Z} + \mu_B B$

Labels: *cinétique* (around $\frac{\hbar^2 k^2}{2m}$), *exchange* (around $N_\downarrow \mathcal{Z}$ and $N_\uparrow \mathcal{Z}$), *Zeeman* (around $\mu_B B$)

les bandes \uparrow et \downarrow sont décalés par rapport à l'autre de:

$$2\delta E = E_\uparrow - E_\downarrow = (N_\downarrow - N_\uparrow)\mathcal{Z} + 2\mu_B B$$

$$= 2\Delta N \mathcal{Z} + 2\mu_B B$$

$$= 2\delta E n(E_F)\mathcal{Z} + 2\mu_B B$$

$$\delta E = \frac{\mu_B B}{1 - \mathcal{Z}n(E_F)}$$

$$M = (N_\uparrow - N_\downarrow)\mu_B = 2\Delta N \mu_B = \frac{2\mu_B^2 B n(E_F)}{1 - \mathcal{Z}n(E_F)}$$

$$\chi_{\text{Ferro}} = \frac{\partial M}{\partial H} \Big|_{H=0} = \frac{2\mu_B^2 \mu_0 n(E_F)}{1 - \mathcal{Z}n(E_F)} \times \text{pauli}$$