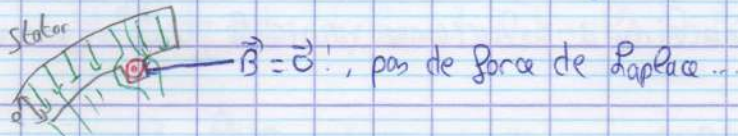


Avec ça, on trouve C beaucoup @ vite

III - Circuits magnétiques

Voir sur poly

→ 3.3) Problème: Dans les moteurs, les conducteurs en cuivre sont enfoncés dans des encoches faites dans le matériau ferro



→ Approche des travaux virtuels

IV - Conversion élec-méca des machines électriques

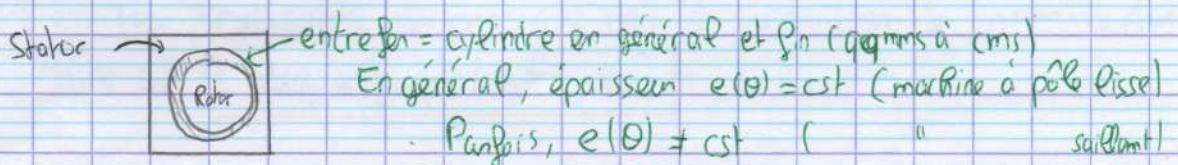
1) Architecture des moteurs électriques

Moteur tournant = • **STATOR**: fixe ds le référentiel terrestre
(\Rightarrow) Solide animé pour contraindre le couple de rotor

• **Rotor**: partie tournante mise en rotation par un couple moteur

• **Circuit INDUCTEUR**: élément (aimant) ou circuit qui magnétise le moteur \rightarrow Assure l'établissement d'un champ inducteur dans l'entrefer

• **Circuit d'induit**: circuit électrique où s'établit p.e.m. induite (générateur), = où s'applique la Péc au convertisseur



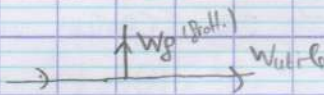
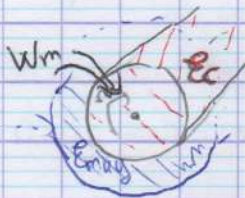
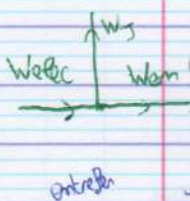
→ Le rotor peut porter le circuit inductif et le stator le circuit induit :
Cas des machines synchrones / asynchrones

→ Si c'est l'inverse, machine à courant continu

2 "circuits" → couple de mutuelle (souvent $L \neq 0$)

Excep°: machines à reluctance variable, basées uniquement sur l'auto-inductance

2) Bilan énergétique, perte, rendement



← Système Convertisseur électro-mécanique idéal

$$E_{\text{tot}} = E_{\text{mag}} + E_c \quad (\text{et } W_{\text{pertes}} = W_s + W_e)$$

On néglige les pertes fer.

• Pour une évolution élémentaire du système pdt dt :

$$\begin{aligned} * \quad dE &= dE_{\text{mag}} + dE_c \\ &= \delta W_m - \delta W_g - \delta W_{\text{utile}} \end{aligned}$$

$$* \quad dE_c = \delta W_m - \delta W_g - \delta W_{\text{utile}}$$

$$\downarrow \quad \delta W_{\text{elec}} = \delta W_{e.m} + \delta W_s$$

$$* \quad dQ = \delta W_s + \delta W_g$$

• On cherche à sortir δW_m :

$$\delta W_m = \underbrace{dE}_{\text{in}} + \delta W_g + \delta W_{\text{utile}}$$

$$= dE_{\text{mag}} + dE_c + \delta W_g + \delta W_{\text{utile}} \quad (\text{on remplace})$$

$$\underline{\delta W_m = dE_{\text{mag}} + \delta W_m}$$

→ L'énergie apportée en entrée du convertisseur idéal / est en partie

stockée dans l'entrefer et en partie fournie à l'arbre du rotor

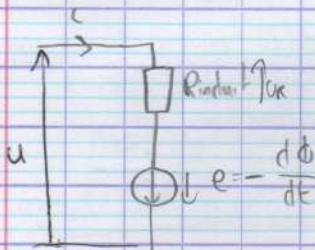
• Rendement : $\eta = \frac{W_{\text{utile}}}{W_{\text{elec}}} = 1 - \frac{W_J + W_g (+W_{gR})}{W_{\text{elec}}}$

3) Calcul du couple par méthode énergétique variationnelle

→ Méthode des **travaux virtuels** (énergétique)

• Approche Laplace pas générale car pas toujours \vec{g} et champ \vec{B} conducteurs \rightarrow alignés

Modèle
machine



$$u(t) = + \frac{d\phi}{dt} + Ri \quad \text{durant } dt$$

$$\delta W_{\text{elec}} = u \cdot i \, dt = Ri^2 dt + i d\phi_r$$

d'où $\delta W_{\text{em}} = \delta W_{\text{elec}} - \delta W_J = i d\phi_r$

$$\begin{aligned} \delta W_m &= \text{travail du couple moteur fourni au rotor durant } dt \\ &= C \Omega dt = C \frac{d\theta}{dt} dt = C d\theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{On a vu} \quad dE_{\text{mag}} &= \delta W_{\text{em}} - \delta W_m \\ &= i d\phi_r - C d\theta \end{aligned} \quad \text{On veut le couple}$$

→ On exprime $C = - \frac{\partial E_{\text{mag}}(\theta)}{\partial \theta} \Big|_{\phi_r}$

⇒ Il suffit de connaître $E_{\text{mag}} = g(\theta)$ à $\phi_r = \text{cst}$

Pb: Peu praticable en pratique car la grandeur de contrôle d'une machine est le courant que j'impose et pas i ...

→ On utilise la coénergie définie en III: $E'_{\text{mag}} = i\phi_r - E_{\text{mag}}$.

$$dE'_{mag} = i d\Phi_T + \Phi_T di - dE_{mag} \text{ soit}$$

$$dE'_{mag} = \Phi_T di + C d\theta$$

Donc
$$C = + \frac{\partial E'_{mag}(\theta)}{\partial \theta} \Big|_{i=cst}$$

• En pratique, dans la zone linéaire, $E'_{mag} = E_{mag}$ donc

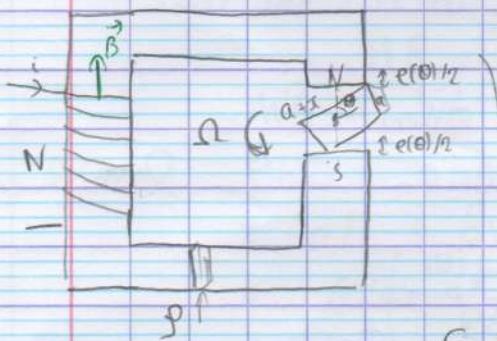
$$C = + \frac{\partial E_{mag}(\theta)}{\partial \theta} \Big|_{i=cst}$$

On a vu
$$E_{mag} = \frac{1}{2} L_1(\theta) i_1^2 + \frac{1}{2} L_2(\theta) i_2^2 + M(\theta) i_1 i_2$$

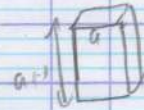
$$\rightarrow C = \underbrace{\frac{1}{2} i_1^2 \frac{\partial L_1(\theta)}{\partial \theta} \Big|_{i=cst}}_{\text{Couple d'autoinductance}} + \underbrace{\frac{1}{2} i_2^2 \frac{\partial L_2(\theta)}{\partial \theta} \Big|_{i=cst}}_{\text{Couple d'autoinductance}} + \underbrace{i_1 i_2 \frac{\partial M(\theta)}{\partial \theta} \Big|_{i=cst}}_{\text{Couple de mutuelle}}$$

(= 0 ds machines à pôles lisses)

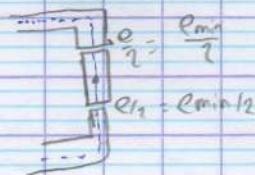
4) Exo TO : Couple de réductance



Élément toronant

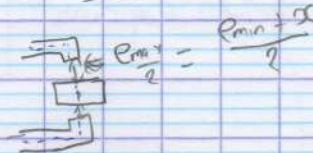


Cas $\theta = 0$



$$\Phi_g = \Phi_{g \max}$$

Cas $\theta = \frac{\pi}{2}$



$$\Phi_g = \Phi_{g \max} - x$$

$$e_{\min} = 1 \text{ mm}$$

On a un entrefer variable d'épaisseur $e(\theta)$. On prend $a \approx x \approx 5 \text{ cm}$
On suppose lignes de champs entrefer recte $\downarrow \downarrow \downarrow$ (confiné ds une α° d'entrefer a^2)

$$\Phi_{\text{en}} = \Phi_e \Rightarrow B_{\text{en}} S_e = B_e S_e \rightarrow B_g = B_e$$

Théorème d'Ampère:

$$Ni = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = H_g g(\theta) + H_e e(\theta)$$

$$Ni = g(\theta) \frac{B_g}{\mu_0 \mu_r} + e(\theta) \times \frac{B_e}{\mu_0} = B \left(\frac{g(\theta)}{\mu_0 \mu_r} + \frac{e(\theta)}{\mu_0} \right)$$

μ_r très grand

Φ d'tous les spires

$$\Rightarrow B(\theta) = \frac{\mu_0 Ni}{e(\theta)}$$

On a $\Phi = NB(\theta) \times S = N a^2 B(\theta) = I(\theta) i$

$$L(\theta) = \frac{a^2 \mu_0 N^2}{e(\theta)}$$

Hypothèse: circuit magnétique en zone linéaire:

$$E_{mag} = \mathcal{E}_{mag} = \frac{1}{2} L(\theta) i^2$$

• Evolu^o de $L(\theta)$ matérialisé à la 1^{ère} harmonique

$$\rightarrow \theta = 0 \text{ et } \theta = \pi \quad L(\theta) = L_{max} = \frac{a^2 \mu_0 N^2}{e_{min}}$$

$$\rightarrow \theta = \pi/2 \text{ et } \theta = 3\pi/2 \quad L(\theta) = L_{min} = \frac{a^2 \mu_0 N^2}{e_{min} + x}$$

Postulons $L(\theta) = L_{min} + (L_{max} - L_{min}) \cos(2\theta)$.

• Expression du couple: $C(\theta) = + \left(\frac{\partial \mathcal{E}_{mag}}{\partial \theta} \right)_{i=cst}$

Soit
$$C(\theta) = \frac{1}{2} i^2 \frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta} = \frac{1}{2} i^2 \times [-2(L_{max} - L_{min}) \sin(2\theta)]$$

• Couple moyen à vitesse de rotation ω ste: $\theta = \omega t + \varphi$

$$C_{moyen} = \frac{1}{T} \int_0^T -(L_{max} - L_{min}) i^2 \sin(2\omega t + 2\varphi) dt$$

• Si $i = cst$: $C_{moyen} = 0$ donc régime alternatif.

• Si $i(t) = I_0 \sin(\omega t) \rightarrow i^2(t) = I_0^2/2 [1 - \cos(2\omega t)]$

$$\Rightarrow C_{moyen} = \frac{I_0^2}{2T} (L_{max} - L_{min}) \int_0^T \cos(2\omega t) \sin(2\omega t + 2\varphi) dt$$

Machine à
reluctance
variable

$C_{max} \neq 0$

ssi

$$\underline{\omega = \Omega}$$

Condition de synchronisme

$$\Rightarrow C_{rayon} = \frac{I_0^2}{4} (L_{max} - L_{min}) \sin(2\psi) \quad \text{Très général}$$