

Cours Agrégation - Conversion électromécanique

Julien FADE

November 9, 2016

3 Circuits magnétiques

3.1 (RAPPEL) Ferromagnétisme, aimantation

- Dans un milieu aimanté, vecteur aimantation \vec{M} = moment magnétique volumique

$$\vec{M} = \frac{\delta \vec{M}}{\delta V} \quad [M] : A.m^{-1}$$

moment magn

- On peut représenter l'action de l'aimantation par des "courants liés" $\vec{j}_{lies} = \text{rot} \vec{M}$ (fictifs)

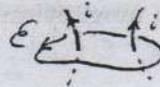
⇒ Maxwell-Ampère en milieu magnétique dans l'ARQS-M:

$$\text{rot} \vec{B} = \mu_0 (\vec{j}_{libres} + \vec{j}_{lies})$$

$$\Leftrightarrow \text{rot} \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \right) = \vec{j}_{libres} \rightarrow \boxed{\text{rot} \vec{H} = \vec{j}_{libres}}$$

avec $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$ vecteur excitation magnétique ($[H] : A.m^{-1}$)

Théorème d'Ampère: $\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_C i_{libres}$

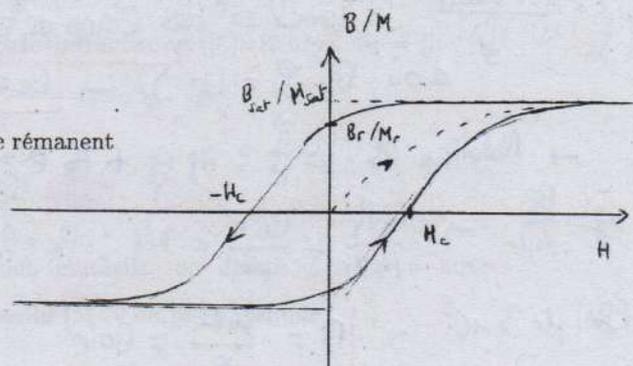


- Matériaux ferromagnétiques (Fe, Ni, Co + alliages) sous la température de Curie présentent une aimantation rémanente permanente après une première aimantation.

Courbe $B(H)$ ou $M(H)$:

H_c : excitation coercitive

M_r/B_r : aimantation/champ magnétique rémanent



3.2 (RAPPEL) Cycle d'hysteresis, matériaux doux, pertes fer

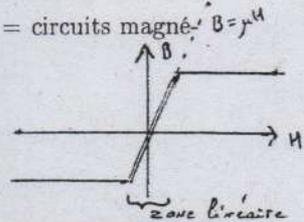
- Courbe d'aimantation présente un cycle d'hystérésis:

- Large = matériau "dur" → aimants permanents (grands cycle hyst)

- Étroit = matériau "doux" → "fer" des transformateurs et moteurs = circuits magnétiques pour guidage du flux.

→ minimise les pertes par hysteresis

→ Hors saturation: relation linéaire simple $B = \mu H = \mu_0 \mu_r H$



- Parcourir le cycle d'hysteresis requiert de l'énergie (bascullement des domaines de Weiss du ferromagnétique) ⇒ Pertes par hysteresis

Exemple: bobine à noyau de fer

Faraday: $u_{1sp}(t) = -\frac{d\varphi_{1sp}}{dt}$ (conv. générateur)

→ $v(t) = NS\frac{dB}{dt} = +\frac{d\varphi_{1et}}{dt}$ (conv. récepteur)

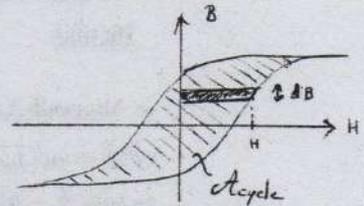
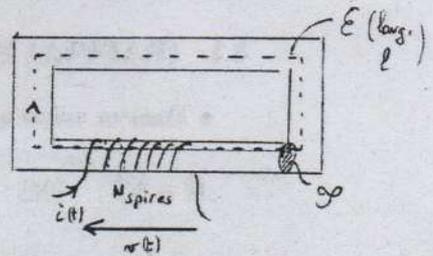
Ampère: $H_{fer} \times l = Ni(t)$, $i(t)$ en ampères

⇒ Puissance instantanée $p(t) = v(t)i(t)$

$p(t) = \frac{NSiH_{fer}}{N} \frac{dB(t)}{dt} = \mathcal{V}H_{fer} \frac{dB(t)}{dt}$

⇒ Puissance moyenne $P_m = \langle p(t) \rangle = \frac{\mathcal{V}}{T} \int_0^T H_{fer} \frac{dB(t)}{dt} dt$

$P_m = \mathcal{V}f \oint_{cycle} H_{fer} dB \rightarrow P_m = \mathcal{V}f A_{cycle}$



- Pertes "fer" = pertes hysteresis ($\propto f$, $\propto \mathcal{V}$, $\propto A_{cycle}$) + pertes Foucault ($\propto f^2$)

3.3 Circuit magnétique à entrefer, linéarité des circuits magnétiques

$\mathcal{P} = \text{sec}^\circ$ circuit, l_g : longueur circuit fer, e : épaisseur entrefer

On suppose $e \ll s^{1/2}$ pour négliger effet de bord à l'entrefer

• Flux \vec{B} conservé: $\text{div}(\vec{B}) = 0 \Rightarrow \Phi_g = \Phi_e$ (bore-entrefer)

• Canalisa^o des lignes de champs dans l'entrefer = $\mathcal{P}_e = \mathcal{P}_g$

d'où $B_e \mathcal{P}_e = B_g \mathcal{P}_g \rightarrow B_e = B_g$. Appliquons Maxwell-Ampère: $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = i_{\text{enroul}}$

→ Matériau lin, $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu}$; $H_g l_g + H_e e = Ni \Leftrightarrow B_g l_g + e \times \frac{B_e}{\mu_0} = Ni$. Si bore doux, zone lin.

On a $H_g = \frac{B_g}{\mu_0 \mu_r} \rightarrow \frac{B_g l_g}{\mu_0 \mu_r} + \frac{B_e e}{\mu_0} = Ni$; $B_e = B_g = B$: $(\frac{l_g}{\mu_0 \mu_r} + \frac{e}{\mu_0}) B = Ni \Rightarrow B = \frac{\mu_0 Ni}{e + \frac{l_g}{\mu_r}}$

Or $(\mu_r) \mu_r > 10^3 \rightarrow B = \frac{\mu_0 Ni}{e} \approx \text{Bair}$

1. Champ \vec{B} fixe par entrefer e !

2. Intérêt: travailler à faible $B \Rightarrow$ linéarisa^o du circuit magnétique

• No^o @ (hors agrec): Réductance \equiv rela^o de prop entre circuits, $e = \mathcal{R} \Phi_0$. Ici

$$\mathcal{R}_{\text{air}} = \frac{e}{\mu_0 \mathcal{P}}$$

$$\mathcal{R}_{\text{bore}} = \frac{l_g}{\mu_0 \mu_r \mathcal{P}}$$

plus de $\frac{1}{2}$ dans 1 sec^o droite du circuit

3.4 (RAPPEL) Energie magnétique, densité d'énergie magnétique

Rappel énergie mag.
 $\delta_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$ vide

Densité énergie magnétique: $\mathcal{E}_{vol}^{mag} = \int_0^{B_0} H(B)dB \rightarrow$ zone lin.: $\mathcal{E}_{vol}^{mag} = \frac{1}{2}B_0H_0$

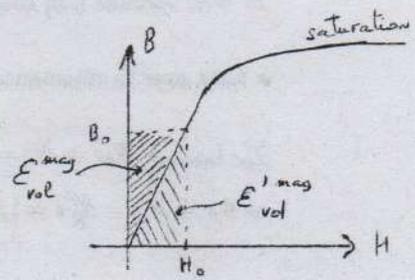
Or $\varphi = BS$, $H = \frac{Ni}{l}$ *volume du circuit*

$\mathcal{E}_{vol}^{mag} = \int_0^{\varphi_0} \frac{Ni}{l} \frac{d\varphi}{S}$, or $V = lS$

$\mathcal{E}_{vol}^{mag} = V \mathcal{E}_{vol}^{mag} = \int_0^{\varphi_0} Ni d\varphi$

\rightarrow zone lin.: $\mathcal{E}_{vol}^{mag} = \frac{1}{2}i_0 N \varphi_0 = \frac{1}{2}i_0 \Phi_T$

plutôt que des
 enroulements



• Pour un circuit magnétique avec entrefer:

$\mathcal{E}_{vol,air}^{mag} = \frac{1}{2}B_{air}H_{air} = \frac{B^2}{2\mu_0} \gg \mathcal{E}_{vol,fer}^{mag} = \frac{B^2}{2\mu_0\mu_r}$

\rightarrow **stockage majoritaire de l'énergie dans l'entrefer**

• Co-énergie magnétique = utilisée pour calculs de couple (méthode "travaux virtuels")

$\mathcal{E}_{vol}^{mag} = \int_0^{H_0} B(H)dH$

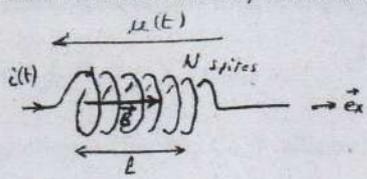
$\rightarrow \mathcal{E}_{vol}^{mag} = B_0H_0 - \mathcal{E}_{vol}^{mag}$ *Tjs. vrai*

$\rightarrow \mathcal{E}^{mag} = i\Phi_T - \mathcal{E}_{vol}^{mag}$

• En zone de linéarité du circuit: $\mathcal{E}_{vol}^{mag} = \mathcal{E}_{vol}^{mag} = \frac{1}{2}B_0H_0$

3.5 (RAPPEL) Notion d'inductance, d'inductance mutuelle, couplage partiel

• Solénoïde:



$\vec{B}(t) = \mu_0 \frac{Ni(t)}{l} \vec{e}_x$

En conv. récepteur: $u(t) = N \frac{d\varphi_{1sp}(t)}{dt} = \frac{d\Phi_T(t)}{dt}$

d'où $u(t) = N^2 \frac{\mu_0 S}{l} \frac{di(t)}{dt} = L \frac{di(t)}{dt}$ **L: auto-inductance** ([L]=Henry), $\Phi_T = Li$ (Oe: $U = L \frac{di}{dt}$)

• Énergie emmagasinée dans le solénoïde:

$\mathcal{E}^{mag} = \frac{B^2}{2\mu_0} S l = \frac{S l}{2\mu_0} (\mu_0^2 \frac{N^2}{l^2} i^2) = \frac{1}{2} (\frac{\mu_0 N^2 S}{l}) i^2 = \frac{1}{2} L i^2$ *Comme en elec*

• Pour des circuits couplés par induction mutuelle, on définit $L_1, L_2 =$ auto-inductances, et M : inductance mutuelle ($M < 0$ ou $M > 0$) tel que

$$\Phi_{1 \rightarrow 2} = M i_1 \text{ et } \Phi_{2 \rightarrow 1} = M i_2$$

$$\rightarrow \Phi_1 = \Phi_{\text{auto},1} + \Phi_{2 \rightarrow 1} = L_1 i_1 + M i_2$$

$$\text{Énergie magnétique: } \mathcal{E}^{\text{mag}} = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2 \quad (\text{donc } |M| \leq \sqrt{L_1 L_2})$$

$M = 0$: circuits non couplés - $M = \sqrt{L_1 L_2}$: couplage parfait - sinon: couplage partiel

- Lien avec la réluctance:

$$\sum_C i_{\text{libres}} = \mathcal{R} \varphi \Rightarrow N i = \mathcal{R} \varphi \Rightarrow \varphi = N i / \mathcal{R}$$

$$\Rightarrow \Phi_T = N \varphi = \frac{N^2}{\mathcal{R}} i \Rightarrow L = \frac{N^2}{\mathcal{R}}$$