Cours Agrégation - Conversion électromécanique

Julien FADE

November 8, 2016

1 Rappels et hypothèses de travail

1.1 (RAPPEL) Puissance électrique, valeurs efficaces, facteur de puissance, impédance complexe

- Régime périodique général: $u(t) = U_0 + \sum_{i=1}^{\infty} U_i \cos(\frac{2\pi}{T} it + \phi_i)$

  $\rightarrow$ fondamental $= U_1 \cos(\frac{2\pi}{T} t + \phi_1)$

- Puissance électrique instantanée reçue par un dipôle: $p(t) = u(t)i(t)$

- Puissance électrique moyenne: $P_m = \langle p(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t)dt$

- Valeur efficace de tension/courant : $S_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} s(t)^2 dt}$, avec $s(t) = i(t)$ ou $u(t)$.

  $\rightarrow$ Cas général : $U_{eff} = U_0 + \sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} \frac{U_i^2}{2}}$

  $\rightarrow$ Cas tension alternative sinus. de moyenne nulle : $U_{eff} = \frac{U_1}{\sqrt{2}} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$

- Amplitude complexe $u(t) = U_{max} \cos(\omega t + \phi) \quad \rightarrow \quad \underline{u}(t) = U_{max} e^{j\phi} e^{j\omega t}$

  $\rightarrow$ Amplitude complexe : $\underline{U} = U_{max} e^{j\phi}$

- Impédance complexe, Loi d'Ohm généralisée :

$$\underline{U} = \underline{Z}\underline{I}$$

  $\rightarrow$ Impédance complexe : $\underline{Z} = R + jX$ R: résistance (Ω) ; X: réactance (Ω)

Résistance $\underline{Z}_R = R$

Condensateur $\underline{Z}_C = \frac{1}{jC\omega}$

Bobine, self, inductance $\underline{Z}_L = jL\omega$

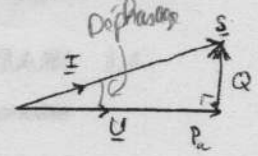
- Puissance moyenne reçue par un dipôle :

$p(t) = U_{max} \cos \omega t I_{max} \cos(\omega t - \phi) = 2U_{eff}I_{eff} \cos \omega t \cos(\omega t + \phi)$
$= U_{eff}I_{eff} \cos \phi - U_{eff}I_{eff} \cos(2\omega t - \phi)$
$=$ puissance moyenne $+$ puissance fluctuante (à 2ω)
$P_m = P_a = \langle p(t) \rangle = U_{eff}I_{eff} \cos \phi$: puissance active (Watts)(apte à fournir travail)
$P_a = Re[\underline{Z}]I_{eff}^2$

- Puissance apparente : $S = U_{eff}I_{eff}$ (Volt-Ampères)

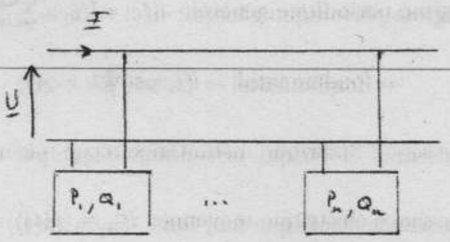
avec $S^2 = P_a^2 + Q^2$ où $Q = U_{eff}I_{eff} \sin \phi$: Puissance réactive (Volt-Ampères réactifs)

- Puissance apparente complexe: $\underline{S} = \underline{U}\underline{I}^* = P_a + jQ$ et $|\underline{S}| = S$



- Théorème de Boucherot

$P_{tot} = P_1 + \ldots + P_n$
$Q_{tot} = Q_1 + \ldots + Q_n$
$\underline{S}_{tot} = \underline{S}_1 + \ldots + \underline{S}_n$
$S_{tot} \neq S_1 + \ldots + S_n$
$\mathbf{S_{tot}} = \sqrt{\mathbf{P_{tot}^2 + Q_{tot}^2}}$



Remarque: en présence d'harmoniques sur le réseau: $S^2 = P^2 + Q^2 + \underline{D}^2 > P^2 + Q^2$
avec D: Puissance déformante.
Harmoniques

1.2 ARQS et magnétisme

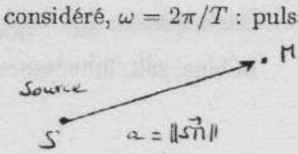
- ARQS =Approximation des régimes quasi-stationnaires (ou QP quasi-permanents)

But= simplifier les équations de Maxwell lorsque les dimensions spatiales du circuit et les fréquences caractéristiques des champs autorisent de négliger les effets propagatifs.

- ARQS-Magnétique (ARQS-M)= déviation par rapport à la magnétostatique

$\Rightarrow$ revient à négliger, dans l'éq. Maxwell-Ampère, la densité de courant de déplacement $\vec{j}_{dep} = \frac{\mu_0}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ créée par variation de $\vec{E}$:
$\vec{rot}\vec{B} = \mu_0\vec{j} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \rightarrow \quad \vec{rot}\vec{B} = \mu_0\vec{j}$
ARQS (courant de déplacement !)

- A quelle condition ? a: extension spatiale du circuit considéré, $\omega = 2\pi/T$: pulsation caractéristique des champs considérés



Examen des ordres de grandeurs:

$\vec{rot}\vec{B} \sim \frac{B}{a} \sim \mu_0 j + \frac{E}{c^2T} \sim \mu_0 j + \frac{aB}{c^2T^2}$

car $\vec{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \frac{E}{a} \sim \frac{B}{T}$

Or, on a $\frac{aB}{c^2T^2} \ll \frac{B}{a}$ si $a \ll cT = \lambda$! *La dimension du circuit doit être $\ll$ "longueur d'onde" des champs aux fréquences max.*

- Vérifié dans les systèmes "à dominante magnétique" (solénoïdes, circuits élecs) = la limite ARQS-M est familière et la plus courante, car les conducteurs sont électriquements **neutres** ($\rho \neq 0$ se rencontre rarement... mais les courants existent souvent!)

- Conséquence 1: $c|\vec{A}| \gg |V|$

avec V potentiel électrostatique,

et $\vec{A}$ potentiel vecteur tel que $\vec{rot}(\vec{E} + \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}) = \vec{0} \Rightarrow \vec{E} + \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} = -\vec{grad}V$.

- Conséquence 2: Jauge de Lorentz $div\vec{A} + \cancel{\frac{1}{c^2}\frac{\partial V}{\partial t}} = 0 \longrightarrow div\vec{A} = 0$ (Jauge de Coulomb de l'électrostatique)

- Conséquence 3: Conservation de la charge $div\vec{j} + \cancel{\frac{\partial\rho}{\partial t}} = 0 \longrightarrow div\vec{j} = 0$ (Loi de conservation de l'électrostatique) Lo." des noeuds

$\Rightarrow$ En découle la validité de la loi des noeuds, lois de l'électrocinétique classique (basse fréquence)...

- Plus de détails: Cf. Concours Agreg Physique 2008 et corrigé) Sujet élec

1.3 (RAPPEL) Equations de Maxwell (dans le vide) dans l'ARQS-M

- À condition que $a \ll c/f = \lambda$

Pour $f = 50$ Hz: $a \ll 6000$ km: ARQS valide à l'échelle continentale (réseaux distribution électrique)

Pour $f = 3$ GHz (tél portables): $a \ll 10$ cm: plus discutable ! Domaine de l'électronique hyper-fréquence. Propagation non-négligeable)

(MF) $\vec{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$

(MT) $div\vec{B} = 0$

(MG) $div\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

(MA) $\vec{rot}\vec{B} = \mu_0\vec{j}$

- $\Rightarrow$ Théorème d'Ampère valide

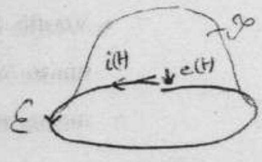
$\oint_{\mathcal{C}} \vec{B}(M,t)d\vec{\ell}(M) = \mu_0 i_{\mathcal{C}}(t)$

1.4 (RAPPEL) Induction électromagnétique

Malgré l'ARQS-M, le champ $\vec{E}$ n'est pas nul : le couple $(\vec{j}, \vec{B})$ est **inducteur**, via éq. MF.

Démo Loi de Faraday (induc°)

Intégration + Th. de Stokes:
$\oiint_S \vec{rot}\vec{E}.d\vec{S} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.d\vec{S}$
$\oint_{\mathcal{C}} \vec{E}.d\vec{\ell} = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B}.d\vec{S} = -\frac{d\varphi}{dt}$ avec φ = Flux de $\vec{B}$ à travers $\mathcal{S}$
or $[\vec{E}] = V.m^{-1}$ $\Rightarrow e = \oint_{\mathcal{C}} \vec{E}.d\vec{\ell}$ s'exprime en Volts



$\Rightarrow$ force électromotrice e induite dans le circuit (f.é.m.)

$\Rightarrow$ Loi de l'induction de Faraday $\boxed{e = -\frac{d\varphi}{dt}}$ (en convention générateur) $\equiv$ $i(t)$ $e(t)$

- Remarque 1: se généralise au cas des circuits mobiles dans un champ magnétique.
- Remarque 2: signe "-": Loi de Lenz: l'orientation du courant induit est telle qu'il s'oppose à la variation de flux magnétique qui lui donne naissance.

1.5 (RAPPEL) Courants de Foucault

Dans un matériau conducteur massif soumis à un champ magnétique variable: apparition de courants induits dans la masse appelés courants de Foucault $\Rightarrow$ échauffement du conducteur par effet Joule (pertes)

$P^{vol}_{Fouc.} \propto \frac{B^2\omega^2}{\rho}d^2$, où d: dim. spatiale du conducteur dans direction $\perp \vec{B}$.
$\propto B^2\omega^2$

← dissipa° Eméca en Elec

- Applications: chauffage par induction (plaques cuisson, fours), freinage par induction,...
- Inconvénients: dissipation énergétique dans les transformateurs, les moteurs,...
- Palliatifs: limiter ω, limiter volume des conducteurs $\Rightarrow$ circuits magnétiques feuilletés

ex : Transformateur

1.6 (RAPPEL) Effet de peau

Épaisseur de peau $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0\mu_r\gamma}}$

Profondeur de "pénétration" d'une OEM dans un conducteur métallique

→ Le courant ne circule qu'en périphérie des conducteurs

→ Résistivité effective croît avec ω ($\delta \sim 9,4$ mm à 50 Hz dans le cuivre)

- Dans l'ARQS-M, on montre que si le diamètre des conducteurs reste $< \delta$, le champ magnétique induit dans le conducteur reste négligeable devant le champ magnétique inducteur (donc $\vec{j}_{induit} = \gamma \vec{E}_{induit}$ produit un champ magnétique induit $\vec{B}_{induit}$ négligeable par rapport au champ excitateur $\vec{B}$ responsable de $\vec{E}_{induit}$)

1.7 (RAPPEL) Force de Lorentz

Force électromag. appliquée sur un particule chargée q en mouvement à la vitesse $\vec{v}$ dans un champ $\vec{E}$ et $\vec{B}$.

$\boxed{\vec{f}_{lor} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})}$

Pour une distribution de charges: $\underset{vol}{\vec{f}_{lor}} = \rho \vec{E} + \vec{j} \wedge \vec{B}$ ((on $\vec{j} = \rho \vec{v}$)