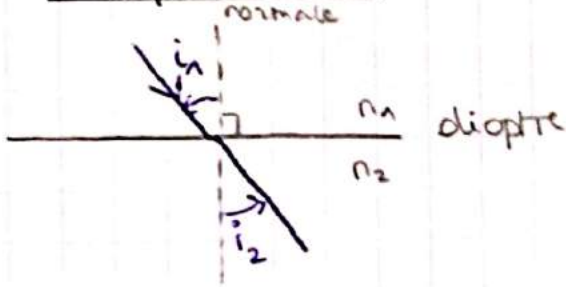


# Optique géométrique

## ◦ Réfraction



$$n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(r_2)$$

Possible réflexion totale si  $n_2 < n_1$

## ◦ Dioptrique sphérique

Conditions de Gauss: angle incidence faible et rayons paraxiaux (c.à.d. peu inclinés)

Relation de conjugaison:

$$\gamma = \frac{n}{n'} \cdot \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

$$\overline{SF'} = \overline{CS} \cdot \frac{n'}{n-n'}$$

$$\overline{SF} = -\overline{CS} \cdot \frac{n}{n-n'}$$

$$\frac{n'-n}{\overline{SC}} = \frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}} = \frac{n'}{\overline{SF'}}$$

## ◦ Lentille mince

Relation de conjugaison

$$\frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}}$$

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

dans le cas où la lentille est composée de 2 dioptries:

$$\frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{n-1}{\overline{SC}_1} + \frac{1-n}{\overline{SC}_2} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

2 lentilles accolées:  $1/f' = 1/f'_1 + 1/f'_2$

convergente / divergente:  
 $f' > 0$ : convergente

$f' < 0$ : divergente



# OPTIQUE

Optique géométrique: optique ondulatoire pr  $\downarrow$  faible

Lumière

ondulatoire

↳ Théorie scalaire (lum non pola)  
onde EM transversale

$$\begin{cases} \nu \sim 10^{14} \text{ Hz} \\ c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \end{cases}$$

$$(\vec{E} \text{ et } \vec{B}) \perp \vec{k}$$

$$A \cos(\omega(t - \frac{x}{v})) = A \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$$

corpusculaire

atomes excités se désexcit. en émettant un photon d'énergie  $E = h\nu$  que l'on voit  $p = \frac{h\nu}{c}$

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{c}{\lambda} \\ \lambda &= \frac{c}{\nu} \\ k &= \frac{2\pi}{\lambda} \end{aligned}$$

$$n(\nu) = \frac{c}{v}$$

Principe D'HUYGENS: (concept ondulatoire) la lum.

se propage de proche en proche  $\Rightarrow$  surface d'onde.

↳ Chemin optique:  $dt = \frac{ds}{v} = \frac{n ds}{c}$

entre 2 pts:  $L = \int_A^B n ds = \int_A^B c dt$

\* VOIR PRINCIPE FERMAT

Diffraction: possible uniquement si  $\lambda \ll D$

pour des angles  $\sin \theta \geq \frac{\lambda}{D}$

Optique géo = approx optique ondulatoire (pour faible  $\lambda$ )

## I - Optique Géométrique

milieu non homogène  $n(\vec{r})$

$$\frac{d(m\vec{e}_t)}{ds} = \vec{\text{grad}}(n)$$

↳ vecteur  $\vec{u}$  tangent à la traj.

équations des rayons lumineux

\* cf exo/cours

variation vecteur  $\vec{e}_t$  vers  $\vec{\text{grad}}(n)$



◦ SNELL-DESCARTES

loi Descartes  
 $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$

↳ rayon lumineux rectiligne à la traversée de 2 milieux homogènes.

1<sup>ère</sup> loi :  $\vec{u}_2 = (n_1 \vec{u}_1 + a \vec{N}) / n_2 \rightarrow \vec{u}_2$  dans le plan de  $\vec{u}_1$  et  $\vec{N}$   
 rayon réfracté ds le plan d'incidence (et r. réfléchi)  $\parallel \parallel$

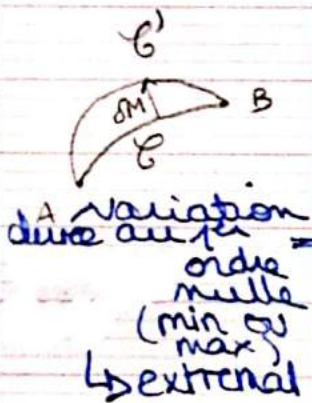
2<sup>ème</sup> loi :  $n_2 (\vec{N} \wedge \vec{u}_2) = n_1 (\vec{N} \wedge \vec{u}_1)$  et  $i_1(\vec{N}, \vec{u}_1)$   
 $i_2(\vec{N}, \vec{u}_2)$   
 $n_2 \sin(i_2) = n_1 \sin(i_1)$

Réflexion  $\rightarrow i_1 = -i_2$

Réflexion totale ( $n_1 > n_2$ )  $i_{gl} = \arcsin(n_2/n_1)$

◦ PRINCIPE DE FERMAT  $\Rightarrow$  forme variationnelle

le chemin effectivement suivi par la lumière est - minimal / extremal



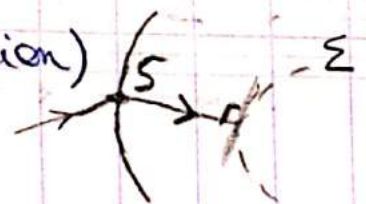
↳ chemin optique stationnaire si  $\delta L = L' - L$  est infiniment petit par rapport à la val sup de  $\|\delta M\|$ .  
 ( $\propto AS^2 + CS^2 + \dots$ )

Si A et B voisins  $\rightarrow$  minimum de L  
 sinon existence de plusieurs possibilités entraînant des extremas.

$\oint \int n ds = 0$

Théorème de Malus

Dans un milieu isotrope, les rayons lumineux d'une source S sont orthogonaux aux surfaces d'ondes  $\Sigma$ .  
 (après réfraction ou réflexion dans le milieu)



Lumière naturelle vecteur  $\vec{E}$  change de direction de manière aléatoire au cours du tps.  
 ↳ onde EH  
 ↳ on dit que la lumière est non polarisée.  
 • lumière polarisée: vecteur  $\vec{E}$  dans une direction unique.  
lumière monochromatique  $\Leftrightarrow$  vibration idéale purement sinusoïdale:  $A(\pi, t) = A(\pi) \cos(\omega t - \varphi(\pi))$   
 $S = \underline{A(\pi)} e^{i(\omega t - \varphi(\pi))}$

tps moyen  $\rightarrow$  tps de cohérence)  
 ↳ durée moyenne des trajets de photons.  
 on ad note des photons qui collisionnent.

\* Déphasage

réflexion d'un rayon  $\Rightarrow$  déphasage de  $\pi$ .

$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \pi$

distance NN

$\Delta\varphi_{(OH)} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \pi \cdot OH = \frac{2\pi}{\lambda} i \cdot OH$



• onde sphérique  
 div  $\propto \frac{e^{i(\omega t - kr)}}{r}$   
 conv  $\propto \frac{e^{i(\omega t + kr)}}{r}$



# Optique

## Chapitre 6 : Éléments d'optiques géométriques

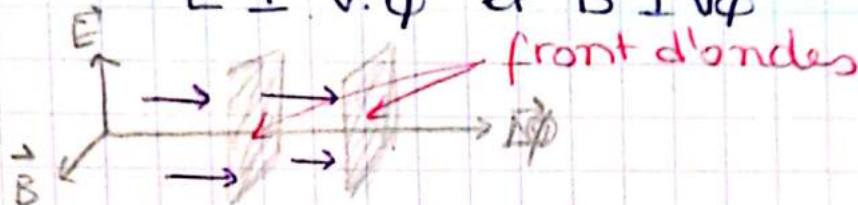
En optique géo; on peut souvent négliger les aspects ondulatoire :  $\lambda \rightarrow 0$ .  
De plus, Approximation scalaire : polarisation cste  
+ approximation paraxiale petit angle

### I - Fondements

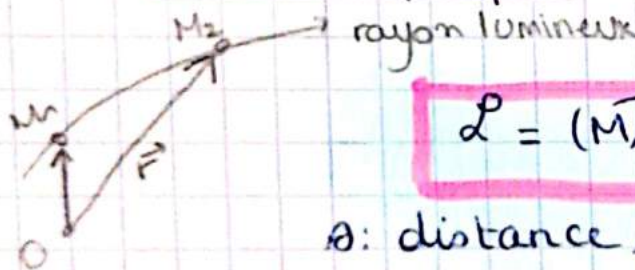
#### • Théorème de Malus

Les rayons lumineux sont  $\perp$  aux fronts d'onde

$$\vec{E} \perp \vec{\nabla} \phi \quad \text{et} \quad \vec{B} \perp \vec{\nabla} \phi$$



#### • Chemin optique



chemin optique

$$\mathcal{L} = (M_1 M_2) = \int_{M_1}^{M_2} n(s) ds$$

$s$ : distance sur la courbe abscisse curviligne

$$\mathcal{L} = c \cdot (t_2 - t_1)$$

### Principe de Fermat

La lumière choisit le trajet qui minimise  $\mathcal{L}$ .  
(Chemin le plus court).  $d\mathcal{L} = 0$

#### Conséquences:

• milieu homogène :  $n(s) = n = \text{cste} \rightarrow \mathcal{L} = n \cdot \overline{AB}$   
 $\hookrightarrow \mathcal{L} \text{ min est une droite}$

• Retour inverse :  $\mathcal{L}_{A \rightarrow B} = -\mathcal{L}_{B \rightarrow A}$

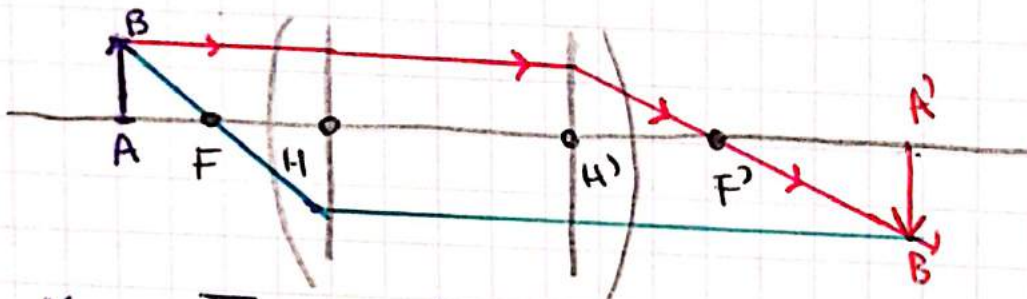
# Équations d'Euler (des rayons lumineux)

$$\frac{d}{ds}(n\vec{T}) = \text{grad } n ; \quad \vec{T} = \frac{d\vec{r}}{ds} ; \quad \frac{d\vec{T}}{ds} = \frac{\vec{N}}{R}$$

↑  
tangente
↑  
normale
↑  
rayon courbure

## II - Formations des images

↳ On a besoin de connaître uniquement de 4 points :  $F, F'$  ;  $H, H'$   
 foyers ; pts principaux



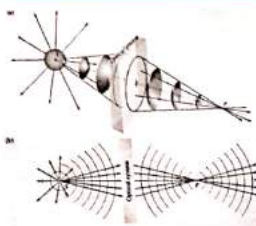
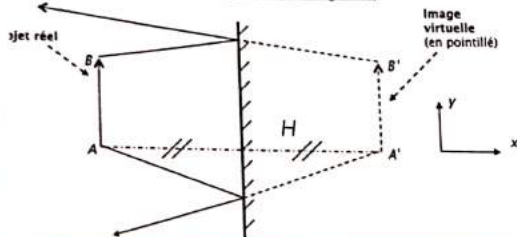
$$\gamma = -\frac{\overline{F'A'}}{f'} = -\frac{f}{\overline{FA}} \quad \text{avec } f = \overline{HF} \text{ et } f' = \overline{H'F'}$$



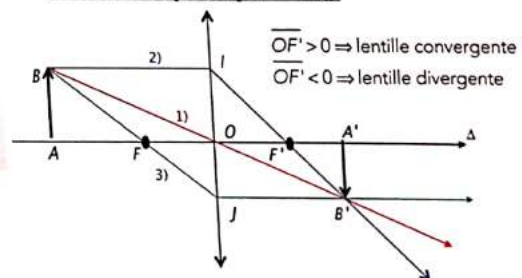
### STIGMATISME

Le stigmatisme est la qualité que présente tout système optique de donner d'un point objet un point image et un seul.

#### Le miroir plan



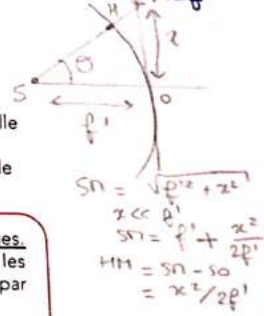
#### La Lentille sphérique mince



$\overline{OF'} > 0 \Rightarrow$  lentille convergente  
 $\overline{OF'} < 0 \Rightarrow$  lentille divergente

- 1) Le rayon, passant par et le centre optique, n'est pas dévié.
- 2) Le rayon, passant par et parallèle à l'axe optique, émerge de la lentille en passant par le foyer principal image.
- 3) Le rayon, passant par et le foyer principal objet, émerge de la lentille parallèle à l'axe optique.

*lentille mince convergence ajoute phase  $e^{i(kz - \omega t)}$*



- ➔ Stigmatisme parfait: pas d'aberrations géométriques
- ➔ Système par réflexion: pas d'aberrations chromatiques

Relation de conjugaison:  $\overline{HA} + \overline{HA'} = 0$   
 Grandissement transversal:  $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 1$

- ➔ Stigmatisme approché: présence d'aberrations géométriques. On se place dans les conditions de Gauss en ne gardant que les rayons paraxiaux (rayons proches et faiblement inclinés par rapport à l'axe optique).

- ➔ Système par transmission: présence d'aberrations chromatiques

#### Facteurs limitant la netteté d'une image:

- ⇒ aberration géométrique (absence de stigmatisme rigoureux)
- ⇒ aberration chromatique (système par transmission)
- ⇒ structure granulaire du récepteur
- ⇒ nature ondulatoire de la lumière (diffraction)

#### Origine au centre optique (Descartes)

Relation de conjugaison:  $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF}}$

Grandissement transversal:  $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

#### Origine aux foyers (Newton)

Relation de conjugaison:  $\overline{F'A'} \overline{FA} = f f' = -f^2$

Grandissement transversal:  $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$

#### DIOPTRE SPHÉRIQUE

Vergence =  $\frac{n_2}{f'}$

$\frac{n_1}{\overline{SA}} - \frac{n_2}{\overline{SA'}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{SC} = R}$

$\frac{n_1}{\overline{CA'}} - \frac{n_2}{\overline{CA}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{CS}}$

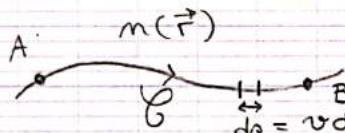
$\overline{SF} = \frac{\overline{SC} n_2}{n_1 - n_2}$  |  $\overline{SF'} = \frac{\overline{SC} n_2}{n_2 - n_1}$

$\gamma = \frac{n_1 \overline{SA'}}{n_2 \overline{SA}}$

## II - Principe de Fermat (1657)

1) Chemin optique, énoncé du principe

$$n = \frac{c}{v} \geq 1$$



$$\mathcal{L}(A, B, C) = \int_A^B n(\vec{r}) ds$$

$[\mathcal{L}] = L$  ↑  
chemin optique

$$\frac{ds}{dt} = v \Rightarrow n ds = c dt$$

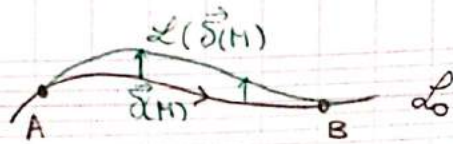
$$\mathcal{L} = \int_A^B c dt = c \int_A^B dt = c [t_B - t_A]$$

↳ Plusieurs chemins optiques (indépendants de C)

Principe de Fermat: le chemin effectivement suivi par la lumière est tel que  $\mathcal{L}$  est :

- minimal
- extremal

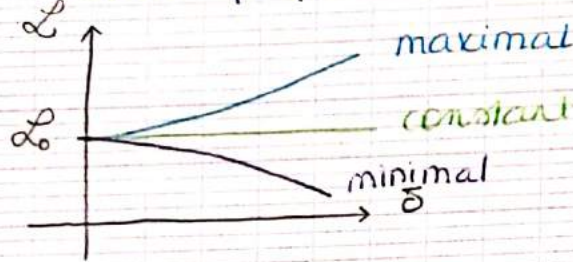




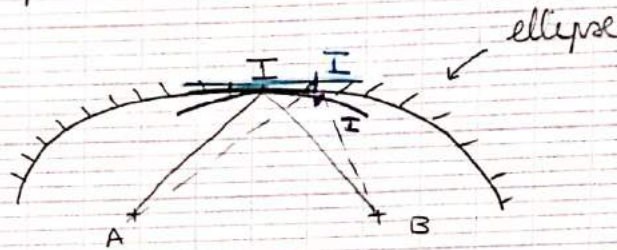
$$\delta = \text{Max}(\vec{\delta}(M))$$

$$\mathcal{L}(\vec{\delta}(M)) - \mathcal{L}_0 = A\delta + B\delta^2 + C\delta^3$$

↳ le chemin optique ne varie pas linéairement avec  $\delta$

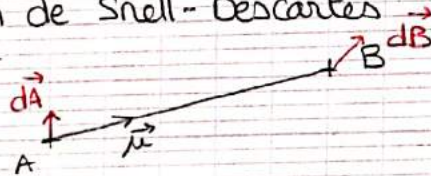


miroir suivant l'ellipse  
miroir plus courbé que l'ellipse



2) Loi de Snell-Descartes

$$n = \text{cot}$$



$$\mathcal{L} = n \cdot AB = n \cdot \vec{u} \cdot \vec{AB}$$

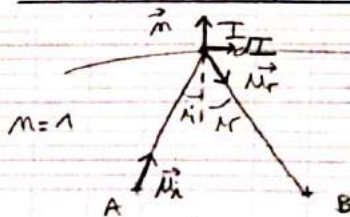
$$d\mathcal{L} = n \cdot [d\vec{u} \cdot \vec{AB} + \vec{u} \cdot d\vec{AB}]$$

$$= n [AB \underbrace{\vec{u} \cdot d\vec{u}} + \vec{u} \cdot (d\vec{B} - d\vec{A})]$$

$$\vec{u} \cdot \vec{u} = 1 \Rightarrow d\vec{u} \cdot \vec{u} = 0 \Rightarrow d\vec{u}^2 = 2\vec{u} \cdot d\vec{u} = 0 = d1$$

$$d\mathcal{L} = n\vec{u} [d\vec{B} - d\vec{A}]$$

Loi de la réflexion



$$\mathcal{L}(A, I, B) = \mathcal{L}(AI) + \mathcal{L}(IB)$$

$$d\mathcal{L} = \vec{u}_i [d\vec{I}] + \vec{u}_r [-d\vec{I}]$$

$$= (\vec{u}_i - \vec{u}_r) d\vec{I} = 0$$

ou d'ordre 1

pour un chemin suivi par la lumière.

$$\text{Donc } (\vec{u}_i - \vec{u}_r) \perp d\vec{I}$$

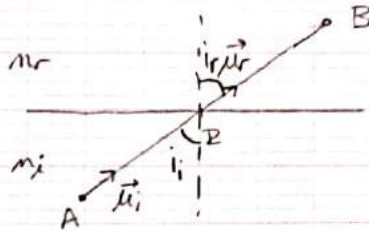
$$(\vec{u}_i - \vec{u}_r) \parallel \vec{n} \text{ (vecteur normal)} \Rightarrow \vec{u}_r = \vec{u}_i + d\vec{n}$$



$$\vec{u}_r \wedge \vec{n} = \vec{u}_i \wedge \vec{n} + 0$$

$$\sin(ir) = \sin(ii)$$

### Loi réfraction



Variation chemin optique

$$d\mathcal{L} = d(n_i AI) + d(n_r IB)$$

$$= n_i \vec{u}_i d\vec{I} - n_r \vec{u}_r d\vec{I}$$

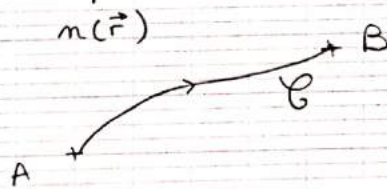
$$d\mathcal{L} = (n_i \vec{u}_i - n_r \vec{u}_r) d\vec{I} = 0$$

$$n_r \vec{u}_r - n_i \vec{u}_i \parallel \vec{n}$$

$$n_r \sin(ir) = n_i \sin(ii)$$

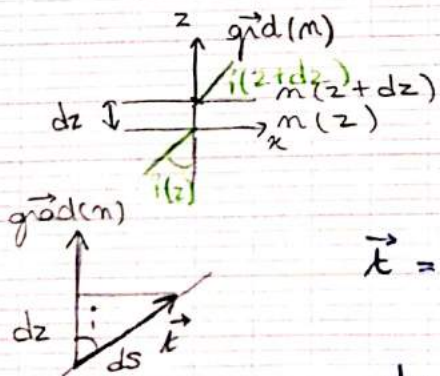
### 3) Equation du rayon lumineux

EPREUVE C  
2016  
(q.6)



$$\mathcal{L}(A, B, \epsilon)$$

$$d\mathcal{L} = 0(\delta) \rightarrow \text{Equation des rayons lumineux}$$



$$n \sin(i) = \text{const}$$

$$\vec{k} = \begin{pmatrix} \sin(i) \\ \cos(i) \end{pmatrix}$$

$$ds \cos i = dz$$

$$\vec{\text{grad}}(n) = \begin{pmatrix} 0 \\ dn/dz \end{pmatrix}$$



$$\frac{d(m \sin(i))}{ds} = 0 \quad \text{car } m \sin(i) = \text{cst}$$

$$\frac{d(m \cos(i))}{ds} = \frac{dn}{dz}$$

$$\frac{d(m \cos(i))}{ds} = \cos(i) \frac{d(m \cos(i))}{dz}$$

$$= \frac{dn}{dz} \cos^2(i) + m \frac{d \cos(i)}{dz} \cos(i)$$

$$\frac{d}{dz} (m \sin(i)) = 0$$

$$\frac{dn}{dz} \sin(i) + m \frac{d \sin(i)}{dz} = 0$$

$$m = - \frac{dn \sin(i)}{d \sin(i)}$$

$$\frac{d(m \cos(i))}{ds} = \frac{dn}{dz} \cos^2(i) - \frac{dn}{d \sin(i)} \sin(i) \frac{d \cos(i)}{dz} \cos(i)$$

$$= \frac{dn}{dz} (\cos^2(i) - \sin(i) \frac{d \cos(i)}{d \sin(i)} \cos(i))$$

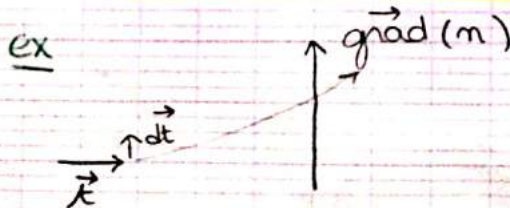
$$\frac{d \cos(i)}{d \sin(i)} \cos(i) = \frac{1}{2} \frac{d \cos^2(i)}{d \sin(i)} = - \frac{1}{2} \frac{d(\sin^2 i)}{d \sin(i)}$$

$$= - \sin(i)$$

$$\frac{d(m \cos(i))}{ds} = \frac{dn}{dz}$$

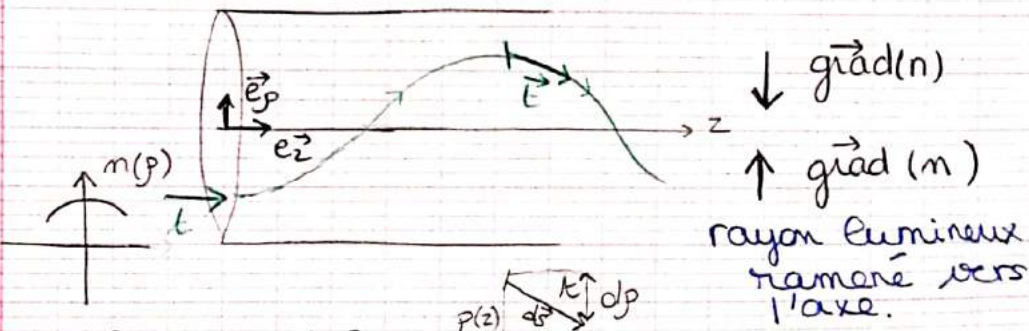
$$\frac{d(m \vec{k})}{ds} = \text{grad}(m)$$

Equation  
rayon lumineux  
(variation vecteur  
tangent  $\vec{k}$  va  
aller vers  $\text{grad}(n)$ )





# fibres optiques



$$n(p) = n_0 - Ap^2$$

$$ds^2 = dp^2 + dz^2$$

$$ds = dz \left( 1 + \left( \frac{dp}{dz} \right)^2 \right)^{1/2}$$

$$\frac{d(m\vec{k})}{dp} = \text{grad}(n)$$

$$\vec{k} \parallel \left| \frac{dp}{dz} \right| \Rightarrow \vec{k} = \frac{1}{(dp^2 + dz^2)^{1/2}} \left| \frac{dp}{dz} \right|$$

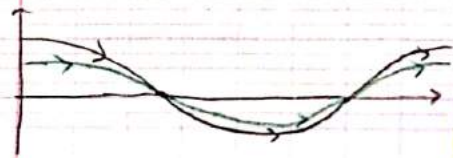
$$= \left| \frac{\left( \frac{dp^2}{dp^2 + dz^2} \right)^{1/2}}{\left( \frac{dz^2}{dp^2 + dz^2} \right)^{1/2}} \right|$$

Rayons peu inclinés:  $\frac{dp}{dz} \ll 1$   
et  $ds \sim dz$

$$\vec{k} \approx \left| \frac{dp}{dz} \right|$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d(m dp/dz)}{dz} = \text{grad}(n) = \frac{dn}{dp} \\ \frac{d(m \cdot 1)}{dz} = \frac{dn}{dz} \end{array} \right.$$

$$\frac{d(m dp/dz)}{dz} = \frac{dn}{dp} \Rightarrow n \frac{d^2 p}{dz^2} = \frac{dn}{dp} = -2Ap$$



$n \sim n_0$  car proche de l'axe

$$\frac{d^2 p}{dz^2} + \frac{2Ap}{n_0} = 0$$

$$p = p_0 \cos\left(\sqrt{\frac{2A}{n_0}} z + \varphi\right)$$



# OPTIQUE ONDULATOIRE

## DIFFRACTION

→ éparpillement de la lumière dû à un obstacle.

↳ Rôle essentiel dans la formation des images car H & optique limite l'étendue d'une onde incidente.

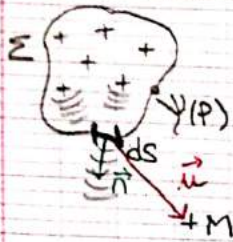
### I) Principe Huyghens-Fresnel

#### 1) Introduction

Principe ⇒ Lois ou Eq. Maxwell ⇒ Diffraction  
 ↳ (Approche très longue) mais rigoureuse

#### 2) Énoncé du principe

sources lumineuses



- sources monochromatiques
- champ émis par les sources scalaires
- Sur tous les points de la surface → on connaît  $\psi(P)$ .

Modèle scalaire  
 ↳ negl polarisation

Tout élément de surface est une source d'onde "secondaire".  
 ① Amplitude de l'onde émise par  $ds \propto ds \cdot \psi(P)$ . ⇒ Huygens

② sphérique divergente.

$$d\psi(M) = \left[ \frac{e^{j(\omega t - kr)}}{r} \right] (\psi(P) ds) \chi(\vec{u}, \vec{n})$$

↳ onde sphérique divergente émise par  $ds$  en  $M$ .

*EX: l*  
 fct° qui prend en compte l'orientation

← Addition des amplitudes complexes découlent de la linéarité des équations de Maxwell.

Toutes ces interfaces interfèrent pr former une vibration unique en  $M$ .

$$\psi(M) = \iint_S d\psi = \iint_S \frac{e^{j(\omega t - kr)}}{r} \chi \cdot \psi(P) ds$$

↳ Fresnel

↳ Possibilité de retrouver à partir Eq. Maxwell.

... "Après calculs"

$$\chi = \left( -\frac{1}{j\lambda} \right) \cos(\vec{n}; \vec{u})$$

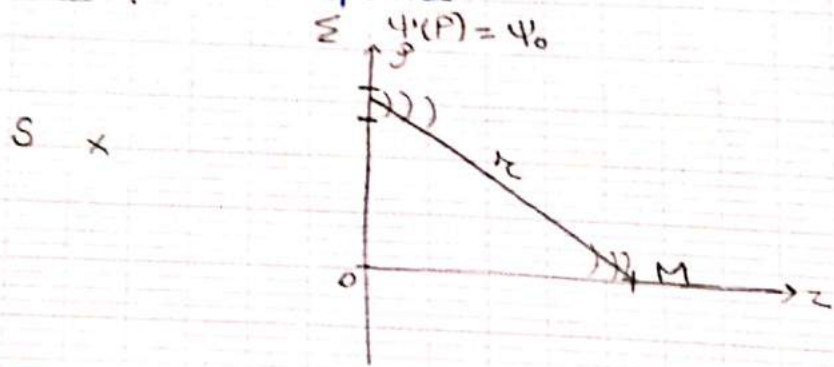
souvent negl

(Plusieurs choix possible)

⇒ La pau faire converger l'intégrale.



Exemple. onde plane



$$\psi(M) = \iint_{p, \theta} \frac{e^{j(\omega t - kr)}}{r} \rho dp d\theta \psi_0 \underbrace{\chi(\vec{0}, \vec{u})}_{-\frac{1}{j\lambda} \cos(\vec{n}, \vec{u})}$$

$$= \psi_0 \left(-\frac{1}{j\lambda}\right) 2\pi e^{j\omega t} \int_{p=0}^{\infty} \frac{e^{-jkr}}{r} \rho dp \cos(\vec{n}, \vec{u})$$

$$r^2 = p^2 + z^2$$

$$r dr = p dp$$

$$\hookrightarrow \int_{r=z}^{\infty} e^{-jkr} dr \cos(\vec{n}, \vec{u})$$

$$\psi(M) = \psi_0 \left(-\frac{1}{j\lambda}\right) 2\pi e^{j\omega t} \left[ \frac{e^{-jkr}}{-jk} \right]_z^{\infty} = \frac{e^{-jkz}}{jk} \frac{\pi}{\lambda}$$

avec  $\cos(\vec{n}, \vec{u})$

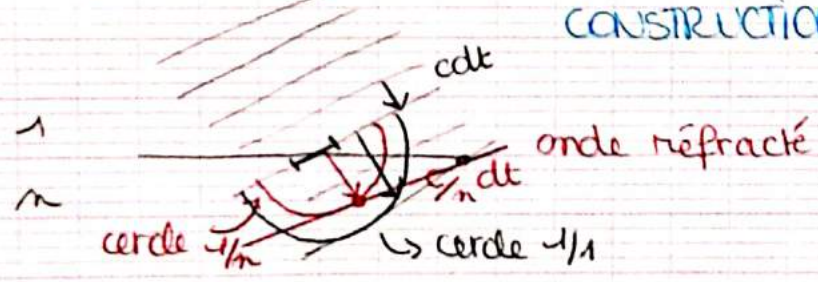
↓  
sans  $\cos(\vec{n}, \vec{u})$  non convergent

$$\psi(M) = \psi_0 \left(-\frac{1}{j\lambda}\right) 2\pi \frac{e^{j(\omega t - kz)}}{jk}$$

$$= \psi_0 \frac{2\pi}{jk} e^{j(\omega t - kz)} \Rightarrow \text{onde plane}$$

• Réfraction d'une onde plane par un milieu n

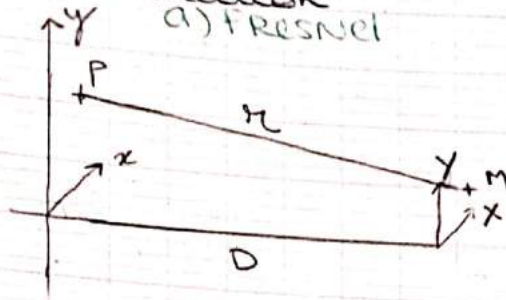
CONSTRUCTION HUYGENS FRESNEL



(résultat similaire avec construction Descartes)  
 $\hookrightarrow$  cercle  $n_1 = 1$  et  $n_2 = n$



3) Approximation  
 $\pi$  a) FRESNEL



$$\Psi(M) = \iint_{\pi} \Psi(P) \frac{e^{j(\omega t - kr)}}{r} dx dy$$

$$r = [(x-X)^2 + (y-Y)^2 + D^2]^{1/2}$$

$$\Psi(M) = \iint_{x,y} \Psi(x,y) \frac{e^{j(\omega t - k[D^2 + (x-X)^2 + (y-Y)^2]^{1/2})}}{(D^2 + (x-X)^2 + (y-Y)^2)^{1/2}} dx dy$$

$$\begin{cases} D \gg |x-X| \\ D \gg |y-Y| \end{cases}$$

il manque  $D \gg$

Approx Fresnel:  
 2 premiers termes du devpt suffisent si  $D$  suffisamment gd

- Dénominateur  $D \sim r$
- exponentielle Devpt limité :  $r \approx D + \frac{(x-X)^2}{2D} + \frac{(y-Y)^2}{2D} + \dots$
- $\cos(\vec{m}, \vec{r}) \sim 1$ .

$$\Psi(M) = \frac{-1}{j\lambda D} e^{j\omega t} \iint_{x,y} e^{-j(k[D + \frac{(x-X)^2}{2D} + \frac{(y-Y)^2}{2D}])} \Psi(x,y) dx dy$$

↳ Approximation FRESNEL (en champ proche opposé à Fraunhofer en champ lointain)

b) FRAUNHOFER

$$k \frac{(x-X)^2}{2D} = \left( \frac{kx^2}{2D} - \frac{2kxX}{2D} + \frac{kX^2}{2D} \right) \text{ cette car } dx dy$$

on ne garde que les termes linéaires  $\Rightarrow$

Approx negl ce terme quadratique (phase quadratique)  $\rightarrow$  exponentielle  
 Objet  $x = 1\text{cm}$   
 $d = 1\mu\text{m}$

$$\frac{kx^2}{2D} \ll 1 \Rightarrow D \gg \frac{x^2}{\lambda}$$

↳ condition FRAUNHOFER  $\rightarrow D \gg 100\text{m}$   
 ↳ Grosse approx

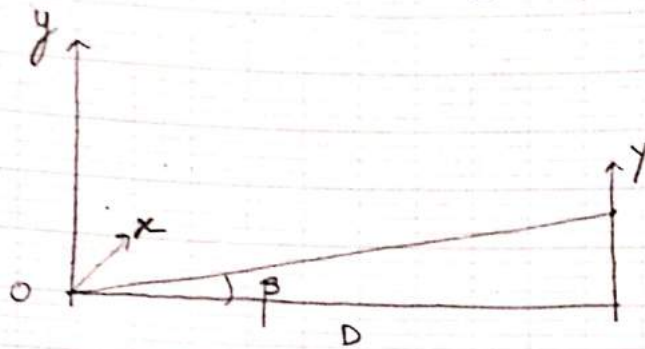
$$\Psi(M) = \frac{-e^{j\omega t}}{j\lambda D} e^{j\frac{kX^2}{2D}} \iint_{x,y} \Psi(x,y) e^{+j\frac{k}{D}(xX+yY)} dx dy$$

↳ Approx diffraction à l'infini - Fraunhofer.  
 $\Rightarrow$  champ lointain (rayons transmis // car à l'infini)



$$\frac{R}{D} : \frac{k}{D} (x^2 + y^2) = \frac{2\pi}{\lambda D} (x^2 + y^2)$$

Intensité lumineuse  
 $I(u, v) = |\Psi|^2 = \Psi \cdot \Psi^*$



$$\beta = \frac{y}{D} \quad \alpha = \frac{x}{D}$$

$$\nu = \frac{\beta}{\lambda} = \frac{y}{\lambda D}$$

$$u = \frac{\alpha}{\lambda} = \frac{x}{\lambda D}$$

fréquences spatiales  $[L^{-1}]$

$$\frac{k}{D} (x^2 - y^2) = 2\pi (ux + vy)$$

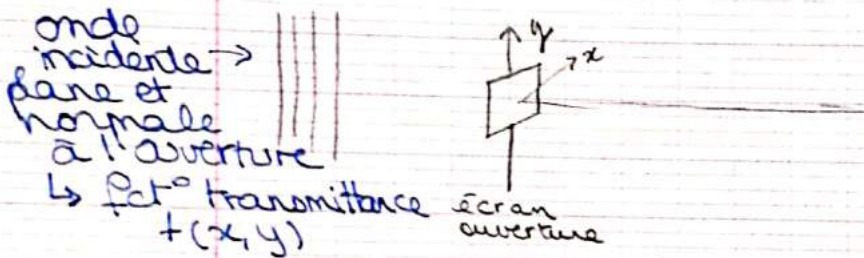
$$\Psi(u, v) = \hat{\Psi}_D(x, y) = C \int \Psi(x, y) e^{j2\pi(ux + vy)} dx dy$$

diff de phase entre les ondes véhiculées par 2 rayons de m'indirection l'un passant par P, l'autre

↳ onde diffractée : TF : FRANKHOFFER

## II - Diffraction Frankhofer

1) Condition d'obtention



$$\Psi_D(u, v) = c \int \Psi(x, y) e^{j2\pi(ux + vy)} dx dy$$

Ecran tel que :  $T(x, y) \Rightarrow \Psi(x, y) = T(x, y) \Psi_0$   
 ↳ pot° transmittance.

$$\Psi_D(u, v) = c \Psi_0 \int T(x, y) e^{j2\pi(ux + vy)} dx dy$$

cas où  $x \gg D$   
 $y \gg D$

$\hat{T}(u, v) \Rightarrow TF$



↳ (Approche très longue)

Optique

Chapitre 5 : Diffraction

I - Diffraction



$$u(P) = \text{cote} \int_{\text{ouverture}} u(M) e^{jkMP} dx dy$$

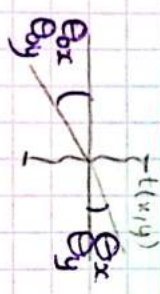
Nécessaire de Huygens-Fresnel

Approximations

- 1) onde plane → on néglige la phase.
- 2) on suppose  $u_i$  connue
- 3) Facteur d'obliquité →  $\cos \theta \approx 1$  petit angle  $\theta$

Diffraction de Fraunhofer 0 à l'infini

$$u(P) = \text{cote} \iint_{\text{ouverture}} e^{-2\pi j(\alpha x + \beta y)} dx dy$$



avec  $\alpha = \frac{\sin \theta_x - \sin \theta_{ex}}{\lambda}$

$$\beta = \frac{\sin \theta_y - \sin \theta_{oy}}{\lambda}$$

lorsqu'il y a une ouverture, on utilise une **fonction de transmission**  $t(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } (x, y) \in \text{ouverture} \\ 0 & \text{si } (x, y) \notin \text{ouverture} \end{cases}$

$$u(\alpha, \beta) = \text{cote} \iint_{-\infty}^{+\infty} t(x, y) e^{-2\pi j(\alpha x + \beta y)} dx dy$$

$$u(\alpha, \beta) = \text{cote} \cdot \text{T.F.}[t(x, y)] = \text{cote} \hat{t}(\alpha, \beta)$$

Rmq il faut que  $D \gg \frac{\lambda^2}{2\lambda}$  rayon ouverture

si  $D \ll \frac{\lambda^2}{2\lambda}$  l'approximation Fraunhofer n'est plus valable

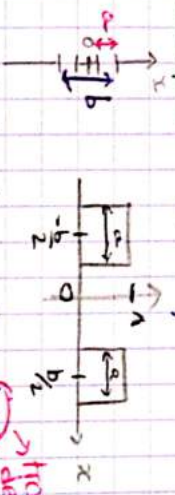


principe

→ sources monochromatiques

ouverture

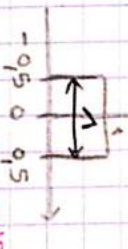
exemple : Pour 2 fentes



ici  $t(x,y) = \Pi\left(\frac{x-b/2}{a}\right) + \Pi\left(\frac{x+b/2}{a}\right)$

→  $\Pi\left(\frac{x-b/2}{a}\right)$  : trou de  $b/2$  de  $b/2$   
 →  $\Pi\left(\frac{x+b/2}{a}\right)$  : trou de  $b/2$  de  $-b/2$

→ normalisation de la largeur de la fente



Fct Fente  $\Pi(x)$

TF  $(t, x) = \hat{t}(\alpha) = a \operatorname{sinc}(\pi a \alpha) \cdot 2 \cos(\pi b \alpha)$

$\mu(\alpha) = \cos \alpha \cdot \mu_0 \cdot \hat{t}(\alpha)$

$R(\alpha) = c^2 \cdot \frac{1}{4} a^2 \operatorname{sinc}^2(\pi a \alpha) \cos^2(\pi b \alpha)$

$R(\alpha) = c^2 \frac{1}{4} a^2 \operatorname{sinc}^2(\pi a \alpha) \frac{1}{2} (1 + \cos(2\pi b \alpha))$

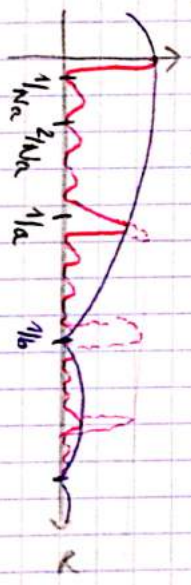
différence pour 1 fente  
 interval 2 fentes

$\alpha = \frac{\theta_x}{\lambda}$  (en incidence normale; petit angle) →  $D = \frac{X}{D}$   
 $\alpha = X / \lambda D$

• Pour N fentes

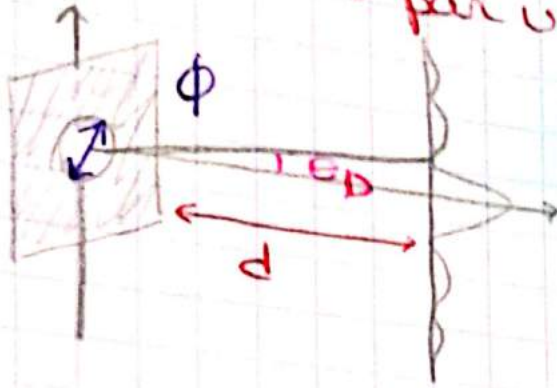
$R(\alpha) = \cos^2(\pi b \alpha) \cdot N^2 \left( \frac{\operatorname{sinc}(\pi a \alpha)}{N \operatorname{sinc}(\pi a \alpha)} \right)^2$

facteur de forme (dep du motif)  
 N fentes  
 ↳ fct du réseau





II - Diffraction par un trou circulaire

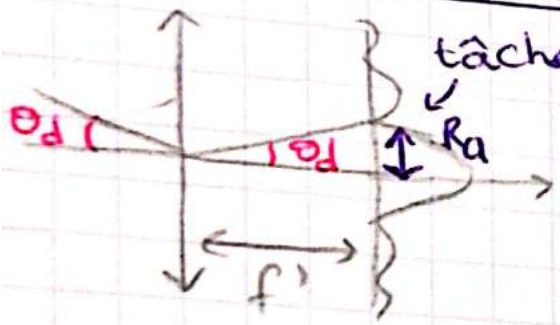


$$\theta_D = 1,22 \frac{\lambda}{\phi}$$

l'angle de diffraction

◦ limite de résolution  
capacité des instruments optiques à distinguer les détails.

→ utilisation d'une lentille



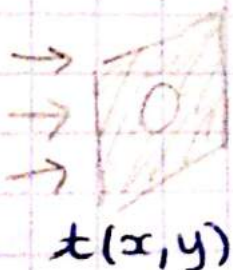
$$r_A = \theta_D f' = 1,22 \frac{\lambda}{\phi} f'$$

CRITÈRE DE RAYLEIGH

2 tâches sont séparables, lorsque la distance entre leurs centres  $>$  à leurs rayons.

$$\theta \geq 1,22 \frac{\lambda}{\phi} = \theta_D$$

◦ théorème des ouvertures complémentaires  
↳ Babinet



$$\begin{aligned} t'(x,y) &= 1 - t(x,y) \\ u'(\alpha,\beta) &\propto \text{TF}[t'(x,y)] \\ &= \text{TF}[1 - t(x,y)] \\ &= \text{TF}[1] - u(\alpha,\beta) \\ &= \delta(\alpha,\beta) - u(\alpha,\beta) \end{aligned}$$



mineuses

→ sources monochromatiques

→ champ émin

### Théorème de Babinet

$I'(\alpha, \beta) = I(\alpha, \beta)$  partout sauf  
en  $\alpha=0$  et  $\beta=0$  (centre la  
figure de diffraction  
car  $S(\alpha, \beta) \neq 0$  en 0)

$P(P)$ .

### III - Applications

- Apodisation : But de réduire les lobes qui cachent le détails du spectre  
↳ mais élargis les pics.

$J=1$

$11^0$

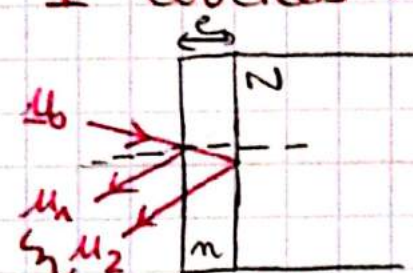
$f$

$e$



Chapitre 3 : Interférences à ondes multiples

I - Couches minces



interférence à l'oo

couche de bas indice  $n < N$

$$U_1 = U_0 \cdot r_{nn} \sim 1$$

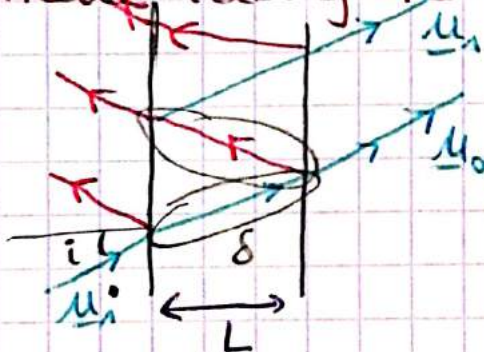
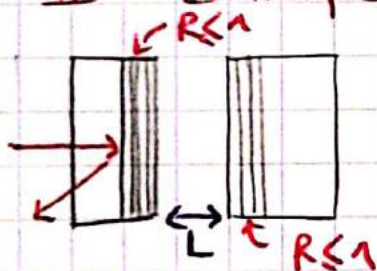
$$U_2 = U_0 (t_{nn} \cdot t_{nn}) r_{nn} e^{j\phi}$$

$$U_t = U_1 + U_2 = U_0 (r_{nn} + r_{nn} e^{j\phi})$$

$e^{j\phi} = -1 ; \phi = \pi$

$$d = \frac{\lambda}{2n}$$

II - Interféromètre Fabry - Perot



$$U_t = U_0 + U_1 + U_2 + \dots = \sum_0^{\infty} U_n$$

$$\phi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (2en) \delta$$

δ déphasage entre  $U_{p+1}$  et  $U_p$

$$U_0 = U_i \cdot t^2 e^{j\phi/2}$$

$$U_1 = U_i \cdot t^2 r^2 e^{j\phi/2} e^{j\phi}$$

$$U_p = U_i \cdot t^2 e^{j\phi/2} (r^2 e^{j\phi})^p$$

$$U_t = \sum_0^{\infty} t^2 U_i e^{j\phi/2} (r^2 e^{j\phi})^n = t^2 U_i e^{j\phi/2} (\sum_0^{\infty} (r^2 e^{j\phi})^n)$$

$$\approx t^2 U_i e^{j\phi/2} \cdot \frac{1}{1 - r^2 e^{j\phi}}$$

$$I_t = \frac{T^2 I_i}{|1 - r^2 e^{j\phi}|^2} = \frac{T^2 I_i}{1 + R^2 - 2R \cos\phi}$$

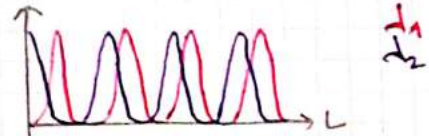
facto d'Airy

$$= \frac{T^2}{(1-R)^2} \cdot \frac{I_i}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2(\phi/2)}$$



OPTIQUE

• Mode balayage, pouvoir de résolution



longueur à mi-hauteur

P. R:  $(d_2 - d_1)_{\min} = \Delta d_{\min} = \Delta d_{1/2}$

$$\frac{\Delta d}{d} = \frac{\Delta \nu}{\nu}$$

$$P. R = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = \frac{\nu}{\Delta \nu} = m \frac{\nu_{isl}}{\Delta \nu} = m \mathcal{F}$$

• Qd  $I_t$  est max?  $\phi$ ?

$I_t$  max si  $\sin^2(\frac{\phi}{2}) = 0$   
 $I_t = \frac{T^2 I_i}{(1-R)^2}$

→  $\phi = 2(m\pi) = m2\pi$   
 ↳ à résonance

• si miroir idéal  $R+T=1 \rightarrow I_t = I_i$   
 qd il y a 2 miroir séparé de L

• si miroir idéal  $R+T+A=1$  (absorp<sup>n</sup> / diffusion)  
 $I_t = \frac{T^2}{(T-A)^2} I_i$

• qd L à résonance?  
 $\phi = m2\pi = 2\pi \cdot \frac{2L}{\lambda}$

$$L = \frac{\lambda m}{2}$$

$$\lambda_m = \frac{2L}{m}$$

↳ à résonance

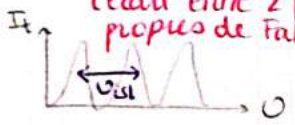
$$\nu_m = \frac{cm}{2L}$$

↳  $\nu$  à résonance

$$\nu_{isl} = \frac{c}{2L}$$

→ intervalle spectral libre

(écart entre 2 freq propres de Fabry-P.)



\* longueur à mi-hauteur, finesse  $\mathcal{F}$

$$\Delta \nu = \frac{\nu_{isl}}{\frac{\pi \nu R}{(1-R)}} \rightarrow \mathcal{F} \cdot \text{finesse} = \frac{\nu_{isl}}{\Delta \nu}$$

→ longueur à mi-hauteur

$$\mathcal{F} \cdot \text{finesse} = \frac{\nu_{isl}}{\Delta \nu}$$