LP-31 : Présentation de l'optique géométrique à partir du principe de Fermat

présenté par : Leriche Maryline, retranscrit par : Braud Valentin
U. de Rennes 1

7 mai 2020

Niveau : Licence

Prérequis :

— optique géométrique

[1][2]

1 Définitions

1.1 Le rayon lumineux

Le rayon est utilisé comme modèle pour représenter la lumière en optique géométrique. Cette définition décrit la lumière de manière simplificatrice et n'est valable uniquement que lorsque le rayon lumineux se propage dans des milieux où les obstacles et composants optiques ont des dimensions très supérieures à la longueur d'onde.

On utilise ici ce que l'on appelle l'aproximation de l'optique géométrique :

$$a >> \lambda$$

avec a la taille des composants optique ou les obstacles.

1.2 Le chemin optique

Soit le chemin optique allant d'un point A à un point B :

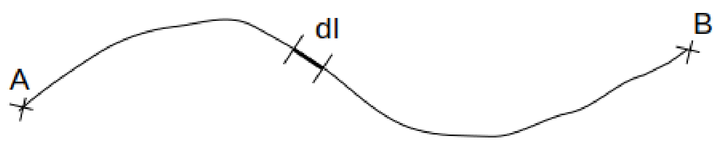

Figure 1 – Chemin optique

avec $n = \frac{c}{v}$ l'indice optique.

Le chemin optique est donc :

$$\mathscr{L}_{AB,\mathscr{C}} = \int_A^B ndl = \int_A^B cdt$$

1.3 Le principe de Fermat

La lumière se propage d'un point à un autre sous un trajectoire telle que la durée de parcours est minimale.

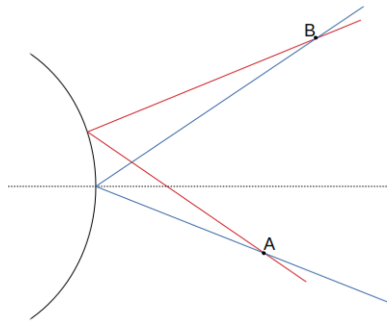

FIGURE 2 – chemin optique avec réflexion sur un miroir convexe

- Trajectoire minimale : en bleu
- Trajectoire maximale : en rouge

2 Les mileux homogènes

2.1 Propagation rectiligne

Soit le chemin optique :

$$L = n \int_{A}^{B} = nAB$$

— Lorsque n est constant, on constate une propagation rectiligne

— On a aussi $L(AB) = L(BA) \longrightarrow$ Le retour inverse de la lumière.

2.2 Différentielle du chemin optique

On sait que :

$$L_{AB} nAB = n\mathbf{AB}.\mathbf{u}$$

$$dL_{AB} = n(d\mathbf{AB}.\mathbf{u} + \mathbf{AB}.d\mathbf{u}) = n(d\mathbf{B} - d\mathbf{A}).\mathbf{u}$$

2.3 Les lois de Snell-Descartes

2.3.1 Loi de la réfraction

On a :

$$L_{AB} = n_0 AP + n_1 PB = n_0 \sqrt{a^2 + +b_2} + n_1 \sqrt{b^2 + (d-x)^2}$$

$$\frac{dL_{AB}}{dx} = n_0 \frac{x}{\sqrt{a^2 + b_2}} + n_1 \frac{(x-d)}{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}} = 0$$

Donc :

$$n_0 sin(i_1) = n_1 sin(i_2)$$

— C'est la loi de la réfraction.

— Le rayon réfracté est dans le plan d'incidence.

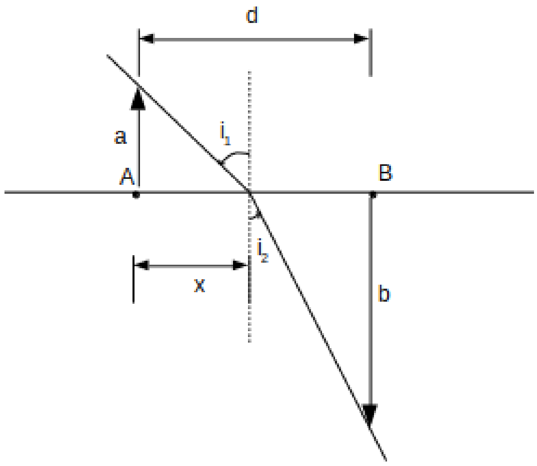

FIGURE 3 – réfraction d'un rayon lumineux lors du passage à un milieu d'indice n0 à n1

2.3.2 Loi de la réflexion

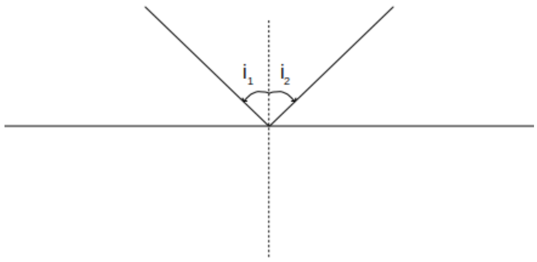

FIGURE 4 – réflection d'un rayon lumineux lors du passage à un milieu d'indice n0 à n1

On a :

$$i_1 = -i_2$$

- C'est la loi de la réflexion.
- Le rayon réfléchit est dans le plan d'incidence.

3 Milieux inhomogènes

3.1 Equation aux rayons lumineux

Soit l'équation aux rayons lumineux :

$$\frac{d}{ds}(n\mathbf{u}) = \nabla n$$

D'après cette équation, on remarque qu'un rayon lumineux traversant un milieu avec un gradient d'indice est dévié dans le sens des forts indices.

On peut illustrer ce phénomène avec l'application suivante.

3.2 Application : Fibre à gradient d'indice

On a :

$$n(r) = n_1(1 - Kr^2) \qquad aveec \qquad n(0) = n_1 \qquad ; \qquad n(a) = n_2 \qquad et \qquad n_1 >> n_2$$

L'expression de l'indice à l'interieur de la fibre optique.

En utilisant l'équation aux rayons lumineux, on a donc :

$$\frac{dn(r)}{dr} = -2n_1Kr \longrightarrow n\frac{\partial^2 r}{\partial z^2} + 2n_1Kr = 0$$

Voir vidéo pour illustration sur un autre concept (même phénomène) : Les mirages

Références

[1] J.P Pérez. *Optique : Fondements et applications.* Dunod.

[2] *J'intègre : Tout-en-un Physique PC.*