

# M32 : Couplage des oscillateurs

## Remarques jury:

Les pendules utilisés dans le cadre de ce montage sont souvent loin d'être des pendules simples, et les candidats doivent en tirer les conclusions qui s'imposent. Les expériences de couplage inductif sont souvent difficiles à exploiter, car les candidats ne maîtrisent pas la valeur de la constante de couplage. Enfin, il n'est pas interdit d'utiliser plus de deux oscillateurs dans ce montage, ou d'envisager des couplages non linéaires, qui conduisent à des phénomènes nouveaux comme l'accrochage de fréquence, et ont de nombreuses applications. Les candidats peuvent présenter des systèmes couplés simples, en mécanique, en électricité ... mais il faut analyser correctement les couplages pour éviter une mauvaise utilisation de formules toutes faites. Le jury met en garde les candidats contre l'utilisation de dispositifs dont la modélisation n'est pas comprise. D'autre part, il faut réaliser le montage correspondant aux équations que l'on écrit (ou l'inverse), sinon l'interprétation n'est pas correcte. Peu de candidats savent lier la période des battements aux pulsations propres. L'étude de la phase est trop souvent absente de ces montages alors qu'elle fournit des relations complémentaires non redondantes à celle de l'amplitude.

## **Introduction :**

Deux systèmes sont couplés lorsqu'il y peut avoir transfert d'énergie entre eux. Cela se manifeste dans les équations par l'apparition de termes croisés.

Déf oscillateurs

couplage : permettre un transfert d'énergie entre les 2 oscillateurs

(A savoir : autant de fréquences propres dans le système que d'oscillateurs couplés)

## **I - Couplage inductif**

Cf poly partie III

Le couplage est ici assuré par l'influence mutuelle  $M$  entre 2 selfs.

## **Montage :**

- On intègre le GBF numérique GBX Metrix 245 dans le circuit (branchement classique sur output) et on observe le signal en sortie  $V_s$  aux bornes de la capacité sur la voie 2 de l'oscilloscope. (Il faut éventuellement brancher la masse à celle du gbf et/ ou oscillo).
- Utilisation ampli de puissance (Généboost).

## **Manipulation:**

- En mode défilement sur le GBF (on observe le signal  $V_s$  en voie 2), on peut ainsi repérer la fréquence de résonance en changeant la fréquence du GBF. (Lorsque le signal est le plus faible possible, c'est la résonance).
- Puis, on veut tracer  $|H| = |V_s/V_e|$  en fonction de  $f$  (mode XY). On garde  $V_e$  constante comme ça  $H$  ne dépend que de  $V_s$ . Pour avoir  $V_e$  constant → Utilisation généboost. En effet, sans ampli de puissance, et en observant  $V_e$  plutôt que  $V_s$ , sur le mode XY on n'a pas quelque chose de constant selon la fréquence alors que c'est ce qu'on souhaite. On

remarque un écroulement au niveau de la fréquence de résonance (dû aux résistances du montage).

-On passe ensuite en Mode SWEEP OUT permettant d'avoir une fréquence variable pour une tension constante.

En voie 1, on se branche à Sweep out pour la variation de fréquence (face arrière du GBF).

En voie 2, on a  $V_s$ .

Réglage du mode Sweep :

-On règle avec le bouton habituel la fréquence initiale souhaitée

-On appuie sur Sweep

-Pour régler la fréquence finale, on appuie sur Fmax et on règle avec la molette Fmax.

-Pour régler la vitesse du balayage on règle molette "SW FREQ"

On se met en Mode XY sur l'oscilloscope (avec persistance infini (mode display) pour observer la fréquence de résonance et Haute résolution (dans Acquire)). Faire les réglages nécessaires pour avoir une belle courbe à l'oscillo. Il faut jouer sur la vitesse de balayage pour améliorer la netteté du signal.

On appuie sur le bouton STOP sur le GBF pour avoir la fréquence de résonance  $f_0$  (en mode XY, on fait STOP au niveau du max).

Pour que le 2ème montage ait la même fréquence  $f_0$  : On veut compenser la légère différence due à l'inductance en adaptant la capacité. Donc on règle la capa afin d'obtenir la même fréquence de résonance que précédemment. Pour cela, avec le 1er montage, on repère résonance avec curseur et on le laisse. On change alors la capacité et la bobine (par celles du montage 2) et on règle capacité pour avoir la résonance à l'endroit du curseur placé au préalable.

-Pour avoir la bonne fréquence de résonance, placer multimètre aux bornes du condensateur pour voir exactement pour quelle fréquence on a le moins de gain (0 dB).

On réalise ensuite le montage avec les 2 circuits que l'on rapproche progressivement, on visualise la tension du circuit 1. Plus on renforce le couplage, plus les 2 fréquences sur lesquelles le système réagit sont écartées. On se place au couplage maximum (On peut observer aussi la tension à l'oscillo du circuit 2, on observe la même chose.)

On a bien 2 fréquences propres au système. (2 circuit couplés=2 fréquences propres).

On peut en déduire la constante de couplage K.

→ On peut montrer maintenant le couplage critique :  $K_c$  correspond à la constante de couplage pour laquelle on n'a plus qu'un pic (juste avant l'apparition des 2 pics). Toute l'énergie passe, avec une bande passante minimale.

On utilise souvent ainsi des circuits couplés pour former des filtres. Alors qu'un seul circuit LC présente une réponse du second ordre, deux circuits convenablement couplés permettent la réalisation de filtres plus « abrupts », c'est-à-dire avec une réponse plate dans une bande désirée, et une atténuation plus importante en dehors de la bande passante.

→ Mesure de K par induction : On calcule M via la tension d'induction et la pente du courant  
On calcule  $K = M\sqrt{L_1L_2}$ .

(Normalement pas assez de temps pour faire la partie des oscillateurs désaccordés.)

Conclusion: Quand les oscillateurs ne sont pas accordés, le couplage a peu d'effet sur la valeur des fréquences de résonance, elles sont proches des fréquences propres des deux circuits. L'effet maximum sur les fréquences de résonance a lieu lorsque les circuits sont accordés. En effet, on voit bien que l'amplitude reçue du circuit 2 par le circuit 1, est maximale lorsqu'ils sont accordés, et diminue lorsque l'on augmente le désaccord.

(Il existe un programme excel, pour discuter sur les courbes simplifié ou non en fonction de la valeur de K, intéressant si on a le temps à l'oral.)

## II/ Couplage élastique

Le système est composé de 2 pendules pesant couplés par un fil de torsion.

**Bien décrire montage** : potentiomètre, carte d'acquisition (Transforme signal analogique en numérique), Latis Pro ..

### 1) Oscillateurs découplés

On cherche à déterminer le moment d'inertie de chaque pendule: on étudie alors le comportement identique à un oscillateur simple.

→ Cette partie prend trop de temps, plutôt dire qu'au préalable on a déjà mesuré les périodes propres des 2 oscillateurs et directement donner le moment d'inertie.

- On réalise l'équilibre indifférent de chaque pendule.
- On calcule la période juste pour un oscillateur. (Réaliser 2-3 fois pour chaque pendule pour vérifier la reproductibilité)
- Puis rentrer le tout dans le Tableau Excel

### 2) Oscillateurs couplés

-On va calculer la constante de raideur de la barre. Cette fois on sert les 2 pendules  
On refait les oscillations avec le premier pendule pendant que l'autre est bloqué et on recalcule la période.

On calcule  $C = (JT^2/(2\pi)^2) - mga$  (Fichier Excel) (Possible de comparer avec valeur théorique du poly).

Maintenant on a 2 pendules pesant identique, couplés par un fil de torsion (où l'on connaît la constante de raideur) qui assure un transfert d'énergie entre les 2 systèmes.

Détermination de la constante de couplage : Pour cela on utilise les différentes réponses possibles du système en fonction des conditions initiales d'excitation.

-On impose le mode symétrique (on fait démarrer les 2 pendules avec un même angle et on les fait partir en même temps). On calcule la période pour le mode symétrique et on en déduit la constante de couplage K :  $K = 1 - (T/T_{sym})^2$ . (Fichier Excel).

-De même pour le mode antisymétrique (on fait démarrer les 2 pendules avec un même angle mais dans le sens opposé):  $K = (T/T_{antisym})^2 - 1$

On doit retrouver les mêmes valeurs.

A comparer avec la valeur attendue :  $K=C/(C+mga)$  (avec le C trouvé au préalable)

(Le tableau Excel compare les valeurs  $T_{sym}$  et  $T_{anti}$ .)

### Battements :

On fait partir les pendules à des instants initiaux différents. On voit apparaître des battements (sélectionner qu'une courbe). On relève fréquence de battements et fréquence d'oscillations → d'où les pulsations associées.

Pour le faire on peut faire la TF et relever les 2 fréquences.

On doit retomber sur les mêmes valeurs de pulsations calculées.

$$\omega_1 = \sqrt{mga/J} \quad \text{et} \quad \omega_2 = \sqrt{mgaK/J}$$

En couplant les 2 pendules, on a pu voir que la période des oscillations dépendait des conditions initiales (symétrique, antisymétrique), et l'apparition de l'effet de battement. On peut montrer que quand y'a un max d'un pendule, on a un min d'amplitude pour l'autre → montre bien les transferts d'énergie entre les 2.

### Conclusion:

On a mis en évidence les différentes caractéristiques des oscillateurs couplés:

-Le couplage écarte les fréquences propres du systèmes d'oscillateurs.

-Dans un système d'oscillateurs couplés les fréquences propres ne peuvent plus être attribués à un oscillateur particulier, ce sont des fréquences propres du système entier.

Applications couplage oscillateur : atténuer des vibrations sur une machine tournante

### **Questions :**

**I:**

-Pour la mesure du couplage, justifier que  $M = U_2 I_1 \omega$ .

-Est-ce que le coefficient d'inductance mutuelle M aurait pu être déterminé à n'importe quelle fréquence ? Pour moi oui, cela ne dépend pas de la fréquence, mais je ne suis pas sûr.

-Aurait-on pu mesurer la fréquence des modes autrement ? FFT sur réponse impulsionnelle par exemple.

-Pourquoi introduire une résistance ? Aurait-on pu mesurer autre chose que le courant ? Résistance pour mesurer une tension à ses bornes et en déduire le courant.

**II:**

-Pourquoi le signal présente des rebonds autour des fréquences attendues? Fenêtres de pondération et acquisition sur un temps qui n'est pas un multiple des deux fréquences qui constituent le signal.

-Amortissement des oscillations : comment peut-on savoir si l'origine est un frottement fluide ou solide ?

-Analogies avec le système précédent? Quand le couplage est max? 2 fréquences propres?

- Le moment d'inertie d'un pendule pesant avec ou sans masse (qu'est-ce que représente physiquement le moment d'inertie ?)
- Expliquer comment on réalise l'équilibrage des pendules ; intérêt ? permet d'aligner le centre de gravité au niveau de l'axe de rotation ce qui permet de pouvoir négliger la masse de la tige.
- Approximation des petits angles : quand est-elle vérifiée, avec quelle précision ? Comment s'en assurer expérimentalement ? Energie totale n'est pas rigoureusement constante : origine des pertes ? Approximation des petits angles valable lorsque l'on néglige les frottements car pour que leur amplitude reste constante, il est nécessaire d'entretenir les oscillations en fournissant de l'énergie. Si on n'est pas en approximation des petits angles, le système n'est plus linéaire > Cf M28 : TF apparition de plusieurs fréquences.
- Comment accorder les deux pendules couplés en fréquence ? Qu'est-ce qui limite la résolution de la TF effectuée ?
- Existe-t-il d'autres types de couplages que le couplage élastique et inertiel ?
- Connaissez-vous des systèmes physiques associés ? A quel type de frottement est soumis le système ? Comment le déduire à partir du signal temporel ? Quelle est l'influence du frottement sur la FFT ? Quantitativement ?
- Couplage par frottement : Résistif : terme de couplage proportionnel à une intensité
- Couplage par inertie(masse): Inductif : terme de couplage proportionnel à la dérivée de l'intensité
- Couplage par élasticité : Capacitif : terme de couplage proportionnel à une primitive de l'intensité

Attention poly erreur