

M1 : Dynamique du point et du solide

Remarque jury : L'énoncé du titre de ce montage ouvre vers un large champ d'expérimentation. Si la mécanique des systèmes ponctuels, dans un référentiel galiléen, se déplaçant à une dimension est évidemment au programme, l'étude de la dynamique des systèmes complexes, des objets en rotation, ou de la dynamique dans un référentiel non galiléen est autorisée. Quantité de mouvement, moment cinétique et énergie en mécanique classique : Contrairement à une idée apparemment répandue chez les candidats, les mesures précises en mécanique ne sont pas nécessairement hors d'atteinte. L'étude quantitative du moment cinétique est très peu abordée. L'étude des solides en rotation est essentiellement limitée au gyroscope, dont le principe est par ailleurs souvent mal compris.

Introduction :

La mécanique est une des disciplines de la physique accessible au quotidien, dont nous constatons tous les jours les effets. Nous nous proposons ici de mettre en évidence des expériences montrant la conservation de grandeurs mécaniques, et de voir une limite qui nous est souvent imposée, les frottements.

Pour étudier les différents mouvements, on utilise la dynamique Newtonienne, basée sur 3 grands principes : les lois de Newton.

1ère loi: Le principe d'inertie

2ème loi : Le principe fondamental de la dynamique

3ème loi : Principe action-réaction

La différence entre "Dynamique du point" et "Dynamique du solide" > Dynamique newtonienne. 2 formalismes différents : Limitation de la dynamique du point. Dynamique du point (masse du système considéré en un point → donc système = point). Pour la dynamique du solide (prise en compte de la distribution de masse).

I. Dynamique du point : conservation de l'énergie mécanique

→ Etude d'un mouvement de translation : chute libre d'une balle de Ping pong : Poly M1 - partie III-2

Introduction: Ici, on utilise un solide, or on est en absence de rotation et solide indéformable, on peut donc utiliser le centre d'inertie pour étudier le mouvement, car c'est le même mouvement pour les autres points du solide à une constante de position près.

Hypothèses de travail:

-On néglige l'influence de l'air sur notre corps (pour des corps suffisamment denses). Cependant, on remarque aisément que notre corps n'est pas très dense en comparaison avec l'air, il faut alors prendre en compte l'air environnant en prenant en compte la poussée d'Archimède ainsi que la traînée dynamique entraînant une accélération des particules environnantes (effet inertiel de l'air contre lequel lutte la balle). Après calcul, on voit une légère modification sur la valeur de g que l'on va trouver qui est inférieure à $g=9,81$ (Cf poly p.3-4.) Il faut des mesures précises pour voir cet effet.

-On néglige les frottements de l'air: (Cf poly p.5-6) Les effets des forces de frottements sont minimes au début, et deviennent vite importants quand la hauteur augmente, du fait que le poids intervient avec une évolution de z en t^2 , et la force de frottement ayant une dépendance quadratique à la vitesse, intervient avec une évolution en z de t^4 . On réalisera alors les mesures pour les premières périodes, où on pourra négliger les frottements de l'air.

Montage:

- On place la caméra à 90° pour éviter le rolling shutter (Explication en annexe poly M1) et à environ une hauteur de $h/2$ pour éviter erreur parallaxe.
- Bien penser à se mettre à environ 1m de la caméra (+ facile pour le calcul au niveau des incertitudes du plan d'observation).
- Bien placer un objet étalon (tige avec 2 repères) dans le plan du mouvement pour éviter les erreurs de grossissement + fond noir pour l'acquisition.
- Utilisation d'une surface plane, lisse et rigide sur laquelle on fixe le plan d'observation (vérifier avec un niveau à bulle).
- On peut utiliser la pompe à vide pour être sûrs d'avoir une vitesse initiale nulle, éviter les mouvements de rotation et afin qu'elle reste au maximum dans le plan d'observation. (Utile pour diminuer les incertitudes)
- Suivre les réglages pour la vidéo et le traitement de la vidéo du poly M1.
- On peut commencer l'origine de l'acquisition après le 1er rebond (si on en a beaucoup) car avant il peut y avoir une vitesse initiale dont on s'affranchit.

→ Mesure de g

Modélisation via une parabole avec Latis Pro (pour une période) à une hauteur assez élevée pour négliger les frottements. (modèle chute libre voir poly)

→ Très bien d'utiliser 2 paramètres initiaux: t_0 et Z_0 .

(on aide le logiciel en lui donnant une approximation des paramètres)

-Penser à relever les Z_0 obtenus (hauteur de chaque bond) pour chaque période et en faire une moyenne pour la deuxième partie.

- Incertitude : on considère 4mm d'incertitude sur l'étalon (erreur de 2%) et 2cm du fait que la balle ne soit pas restée systématiquement sur son plan d'observation (erreur de 3%) : Utilisation de la formule avec racine et au carré : $\Delta g = g\sqrt{(3\%)^2 + (2\%)^2}$

On détermine le coefficient g pour plusieurs paraboles voir si c'est cohérent et avoir incertitudes. Sauf que là on a des incertitudes par rapport au modèle et non dues à notre montage. On passe par Regressi pour obtenir les incertitudes sur g , car on peut entrer les valeurs d'incertitudes dues à notre montage.

Incertitudes dues à de nombreux paramètres influençant la qualité du résultat (mauvais placement de la caméra, de l'étalon, du lâcher...). On peut espérer un encadrement de g à $\pm 5\%$ en travaillant correctement, la prise en compte de la poussée d'Archimède et de la traînée dynamique n'est pas nécessaire puisque ces effets apportent des corrections inférieures à la précision des mesures.

Comparer notre valeur à $g_{\text{théo}} = 9,81 \text{ m/s}^2$

→ Etude énergétique

On est dans le cas où on néglige les frottements pendant un rebond, le graphique permet donc d'observer les échanges entre E_p et E_c , avec E_m qui se conserve → palier. Les paliers ne sont pas parfaitement continus : on peut prendre à chaque fois le max et min du palier et faire la moyenne, afin d'avoir l'incertitude sur notre palier. Sinon vu que la courbe de E_m n'est pas parfaite, on prend pour E_m les valeurs correspondant aux maximums successifs de E_p .

Feuille de calculs :

$$m=2.736$$

$$g_{exp}=9.7$$

$$Z_0=0.227 \text{ (moyenne des différents } Z_0 \text{ trouvés dans la première partie)}$$

$$V_z = \text{Deriv}(Z)$$

$$E_c = 1/2 * m * V_z^2$$

$$E_p = m * g_{exp} * (Z + Z_0)$$

$$E_m = E_p + E_c$$

-Lire **poly** sur les différents défauts de l'acquisition.

On va pouvoir ainsi en déduire le coefficient de restitution (racine de K), en associant chaque palier d'énergie E_m au numéro du rebond. Ne pas mettre trop de chiffre significatif sur la relève des valeurs E_m . K correspond à la conservation d'énergie lors de chaque rebond dû à l'élasticité du matériau (de la surface, et de la balle). Contact mou → dissipation de l'énergie : Théorie des contacts de Hertz.

$$\text{On trace : } \log(E_t) = f(N), \text{ or } \log(E_t) = N \log(K) + \log(E_0)$$

La pente correspond ainsi à $\log(K)$ → On déduit K

On obtient ainsi la perte d'énergie ($=1-K$) correspondant à chaque rebond.

Attention pour la modélisation affine : prendre la bonne fonction (=fct(N)). Sur Latis Pro quand on rentre log dans tableau ne pas oublier d'appuyer sur |3.18|.

On peut ainsi déterminer le coefficient de restitution $C = \text{racine}(K)$ (=vitesse après collision/vitesse avant collision), que l'on peut comparer au constructeur pour des balles certifiées (voir **poly**).

Conclusion : On a ici, utilisé la mécanique point, en utilisant le fait que notre balle de ping-pong était assimilée à un point, on a ainsi négligé les effets dus à sa taille, comme la rotation sur lui-même. On s'est uniquement intéressé à son centre d'inertie. Dans la partie suivante, on va utiliser la mécanique du solide, car on ne peut pas réduire notre système à un point matériel. On va ainsi décrire et modéliser la rotation de l'objet sur lui-même.

II - Dynamique du solide : Théorème du moment cinétique

On va étudier le théorème du moment cinétique via un solide en rotation par rapport à un axe qui passe par son barycentre. Les masses M_1 et M_2 sont placées symétriquement par rapport à l'axe de rotation. On va observer un mouvement uniformément accéléré. Notre système est en rotation pure. Il faut prendre alors en compte la répartition des masses du

solide considéré indéformable, caractérisé par le moment d'inertie que l'on va chercher à calculer.

Manipulation : voir poly p.17

- Prendre une masse de 100 g pour que ça aille moins vite (+ facile à arrêter)
- Utilisation d'une barrière photoélectrique où on utilise un redresseur (cf PDF instruments de mesures) pour alimenter la diode et ainsi avoir une tension continue (+15V) pour être le plus précis possible.

Attention : on branche directement au secteur et on ne rajoute pas une alim

-On ajuste la position de la barrière pour qu'elle soit en limite de déclenchement : condition initiales : angle et vitesse nuls.

On utilise Latis Pro plutôt que Synchronie :

- Acquisition de 15 sec et environ 10 000 points.
- On utilise un seuil d'environ 6V, Pré-trig : 25% (ainsi, on peut lancer l'acquisition et on attend au moins 4 sec avant de mettre en rotation).
- On doit écrire ça dans la feuille de calcul pour calculer l'évolution de l'angle de rotation en fonction du temps:

Z=0

Z=seuil(EA0; 5; 1) //Prend les valeurs de Z pour lesquelles le signal EA0 atteint 5V dans le sens positif (+1)

Ts= Z-Z[1] //Prend le nombre d'intervalle = échelle de temps à partir du moment où le système est abandonné à lui même.

Thêta=Z //Pour imposer thêta en fonction du temps

Thêta=Rampe(0; pi*15; 16) //Thêta varie de pi en pi car la barre passe 2 fois pendant un tour, donc pi entre 2 top. On a 16 top alors, on a 15 intervalles.

(Faire F2 pour calculer)

Quand on trace Θ en fonction de T_s^2 , on a en effet une droite mais quand on fait la modélisation on se rend compte que ce n'est pas terrible. En fait, il est nécessaire de trouver le bon temps initial car le premier top ne commence pas exactement au temps $t=0$ ce qui biaise la modélisation. Pour palier à ce problème, on peut plutôt tracer Θ en fonction de T_s .

On utilise alors le modèle utilisateur : $a_2(T_s-t_0)^2 + a_0$. On a alors la valeur de t_0 et a_2 .

On peut ensuite garder la parabole (pas utile d'avoir quelque chose de linéaire) car on a $\theta'' = a_2 = B$ (car $\theta = Bt^2/2 = \theta''t^2/2$ - voir démo poly p17).

On en déduit le moment d'inertie du système en rotation : $I = mR^2 ((g / R\theta'')-1)$. On peut ainsi le comparer à la théorie.

(Ici, R est le rayon du cylindre autour duquel s'effectue la rotation, à priori R = 2 cm)

Voir Excel

On peut réaliser une autre mesure en considérant un autre écart entre les masses. La masse globale du système est inchangée mais l'accélération angulaire a été modifiée puisque le déplacement de M_1 et M_2 modifie l'inertie du système. C'est la différence avec les mouvements de translation où la masse est le seul paramètre d'influence.

Concernant les incertitudes :

On peut penser à faire une modélisation sur Regressi et faire des incertitudes statistiques : on se rend compte qu'elles sont très faibles.

On peut également discuter de la cause des incertitudes : en particulier, le temps de réponse de la diode ; on pourrait penser que c'est erreur systématique donc l'erreur ne serait pas à prendre en compte car elle serait valable sur chaque valeur. Mais ce n'est pas forcément le cas, car la diode peut réagir différemment selon la vitesse du signal. Ainsi, le premier top est le plus précis car le moins rapide ; mais + ça va vite, + ça peut poser problème. Ainsi, incertitudes très compliquées à déterminer.

Sinon, pour avoir valeurs + précises, on peut penser à refaire plusieurs fois la manip.

Conclusion: On a ainsi utiliser la dynamique du solide afin d'étudier notre solide en rotation par rapport à un axe. Et a la différence de la dynamique du solide, il a fallu prendre alors en compte la répartition des masses du solide caractérisé par le moment d'inertie que l'on a calculer.

III - Cas d'un référentiel non galiléen

Poly - VI-2.2 : Equilibre d'un liquide soumis à la force centrifuge (=force d'inertie d'entraînement) car dirigé vers le centre du cercle.

On applique le PFD dans un référentiel non galiléen lié à la cuve.

-Bien connaître la théorie **poly p.23-24.**

On va étudier la forme de la surface libre d'un liquide soumis à un mouvement de rotation uniforme.

Montage:

-Le moteur est alimenté en continu avec redresseur comme partie II afin d'avoir une rotation la plus stable possible.

-la verticalité et l'horizontalité de la cuve doit être vérifier.

-Utilisation d'une barrière photoélectrique electrome, et on utilise un oscilloscope en mode roll(=mode où on voit le signal défiler) pour mesurer ω , car les vitesses de rotation sont assez lentes, ou utiliser un appareil qui mesure directement la vitesse angulaire. **Attention on doit considérer la période et non la vitesse angulaire sur l'instrument de mesure.**

(**CONSEILS:** Faire manip n°2 en premier car plus important, et si le temps on peut faire la manip n°1 qui est moins utile)

Manipulation n°1 : Simplement vérifier les rapports ω_0 , $\omega_1 = 1,5\omega_0$ et $\omega_2 = 2\omega_0$

Manipulation n°2 : Vérifier $y_{min} = (-b^2/6g)\omega^2$. On l'obtient en appliquant le principe fondamental de la dynamique à une particule du fluide dans la cuve.

(Attention à bien avoir la bonne relation de y_{min} selon les valeurs données sur la plaque, avec signe..).

Pour le tracé on utilise Régressi. On rentre une incertitude de 10% sur la lecture des valeurs de hauteur de la parabole.

Conclusion :

On a pu illustrer la différence entre la dynamique du point et du solide, en calculant notamment le moment d'inertie du solide, qui caractérise la distribution des masses dans le solide. Mais on a aussi montré qu'il est possible de pas réduire un objet à un point matériel dans le cadre de la dynamique du point. De plus, on a pu remarquer que le principe fondamental de la dynamique s'applique aussi à un référentiel non galiléen.

Questions :

Au bout de combien de temps la balle s'arrête ?

→ On doit sommer les temps de chaque rebond et la somme converge car, + on prend un rebond tard, + il est court, enfin ta somme ne va pas tendre vers l'infini (et à priori du coup elle converge toujours vers la même durée).

-Force de frottement : $F = -6\pi\eta r v$: force de viscosité (valable pour nombre de Reynolds petit). Signification physique du nombre de Reynolds : $Re = \rho R v / \eta$ ($\rho(\text{air}) = 1\text{kg/m}^3$)

Mesurer viscosité? Viscosimètre à chute libre

-Comparer pendule pesant/pendule simple pour mettre en valeur diff solide/point → très intéressant.

Moment d'inertie - Théorème De Huygens + König: moment inertie sur un axe=moment inertie barycentre + masse*distance à l'axe².

https://fr.wikipedia.org/wiki/Th%C3%A9or%C3%A8me_de_K%C3%B6nig-Huygens