

LP7 : Dynamique relativiste

Rapport jury: La cinématique relativiste n'est pas l'objet de cette leçon. De plus, il ne faut pas se limiter à une suite de formules et de calculs. L'utilisation des quadrivecteurs peut être judicieuse. Des illustrations de physique moderne et/ou des situations réelles devraient être décrites et analysées. La forme plus complexe des lois de la dynamique peuvent rendre les exemples choisis très techniques. Il convient de choisir des illustrations simples où les effets relativistes apparaissent rapidement. L'étude des collisions peut bien évidemment entrer dans le cadre de cette leçon. Ne pas oublier que les lois de conservation sont également un outil de découverte de particules nouvelles, indétectables directement. Le jury attend que le candidat choisisse un nombre d'exemples limité, mais qu'il les analyse en profondeur. L'intérêt du référentiel barycentrique n'est pas toujours maîtrisé. L'intérêt du référentiel barycentrique dans l'évaluation du seuil de réaction n'apparaît pas toujours clairement. Des exemples contemporains sont appréciés.

Niveau: Licence

Pré-requis: Cinématique relativiste, Quadrivecteurs

Bibliographie:

<https://www.youtube.com/watch?v=B0BOpiMQXQA>

http://www.armelmartin.mon-site-a-moi.fr/doc/cours/adoc_bertozzi_article.pdf

Perez, relativité, DUNOD

https://fr.wikipedia.org/wiki/Calculs_relativistes#Exemple_de_choc

Introduction :

On a vu la cinématique relativiste et le principe de relativité : les lois doivent être invariantes par changement de référentiel inertiel. Or ce n'est pas le cas du PFD.

On veut conserver le principe de conservation de l'impulsion et de l'énergie, car relié à l'invariance par translation spatio-temporelle.

I - Position de la dynamique relativiste

On va utiliser la notation quadri vectorielle qu'on a déjà définis précédemment, en l'appliquant au Principe Fondamental de la Dynamique.

Je pense qu'il est important de préciser dès le début que R' est le référentiel propre de l'objet que l'on étudie (où la particule est considérée comme immobile) et que R est le référentiel du laboratoire. On considère que la particule (dont le ref R') est en mouvement rectiligne à la vitesse v dans R .

1) Quadrivecteur énergie impulsion

Il nous faut l'impulsion pour pouvoir utiliser le PFD.

-Quadrivecteur énergie impulsion $P=m.V$

-Quadrivecteur vitesse $V = dOM/dt'$ définit comme le déplacement d'un objet dans un ref par rapport au temps propre de cet objet.

Dans un référentiel R en mouvement rectiligne à une vitesse v par rapport au réf propre, la vitesse est : $V = \gamma \cdot dOM/dt$ car $dt = \gamma \cdot dt'$

En utilisant la notation du quadrivecteur position $OM = (ct, \mathbf{r})$, le quadrivecteur vitesse s'écrit : $V = \gamma \cdot (c, \mathbf{v})$ avec $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$

Si m masse de la particule : on obtient bien le quadrivecteur impulsion ; $P = mV = m\gamma \cdot (c, \mathbf{v})$

Si on se place en mécanique newtonienne ($v \ll c$), on retrouve formulation en développant au 1er ordre γ : $\gamma = 1 + v^2/2c^2$

Le quadrivecteur énergie impulsion s'écrit alors: $P = (1/c(mc^2 + 1/2mv^2), \gamma m\mathbf{v})$

On s'intéresse uniquement à la première composante:

-Énergie cinétique $\frac{1}{2}mv^2$

-on postule que l'Énergie au repos : mc^2 (énergie que l'on ne cite pas en mécanique newtonienne). On l'appelle aussi énergie de masse.

ODG des masses neutrons, protons, électrons (énergie/ c^2 = unité de masse atomique) → Plan PH Suet

Quadrivecteur P sous nouvelle forme, avec ces 4 composantes : $P = (E/c, \mathbf{p})$

On a ainsi E l'énergie relativiste de la particule dans R : $E = \gamma mc^2$ (on trouve ça en développant avec le γ au 1er ordre) et \mathbf{p} sa quantité de mouvement relativiste $\mathbf{p} = \gamma m\mathbf{v}$.

On peut écrire l'énergie relativiste $E = mc^2 + (\gamma - 1)mc^2 = E_{\text{repos}} + E_c$ donc $E_c(\text{relativiste}) = (\gamma - 1)mc^2$ qui se différencie de l'énergie cinétique en dynamique newtonienne. Si on fait un développement au premier ordre on retombe sur l' E_c newtonienne.

Voyons maintenant quelles sont les expressions de l'énergie E' et \mathbf{p}' de la particule dans son ref propre R' de la particule défini à l'instant t dans R.

→ Expression de Lorentz sur le quadrivecteur énergie impulsion.

$$E' = \gamma(E - v \cdot p_x)$$

$$p_x' = \gamma(p_x - vE/c^2)$$

$$p_y' = p_y$$

$$p_z' = p_z$$

Mais dans R' , $p_x' = p_y' = p_z' = 0$ car la particule est au repos.

On trouve énergie $E' = mc^2$ et $\mathbf{p}' = 0$. Résultat évident à partir des expressions générales de E et \mathbf{p} lorsque R est le référentiel propre et $v=0$.

On s'intéresse à la pseudo norme du quadrivecteur énergie impulsion dans R :

$$P^2 = E^2/c^2 - \mathbf{p}^2 = \gamma^2 m^2 c^4 / c^2 - \gamma^2 m^2 v^2$$

Soit $E^2/c^2 - \mathbf{p}^2 = m^2 c^2$ (il faut utiliser $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ et pas le dév au 1er ordre ici)

On sait que la pseudo-norme est invariant dans tous les référentiel.

On a donc $E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2$

Applicable dans tous les référentiel, chose que l'on vérifie dans le ref propre R' .

1) Principe Fondamental de la Dynamique

On a déterminé l'impulsion, il nous manque la force pour pouvoir utiliser le PFD.

Soit le quadrivecteur force de la particule m dans le ref galiléen R : $F = dP/dt'$ où dP est la variation élémentaire du quadrivecteur énergie impulsion pendant le temps propre dt' mesuré dans le ref propre de la particule.

Le phénomène de dilatation du temps permet d'écrire : $F = \gamma \cdot dP/dt$

Soit $F = \gamma(1/c \cdot dE/dt; dp/dt)$

Formulation (c'est un postulat) plus générale dans le cadre de la mécanique relativiste dans

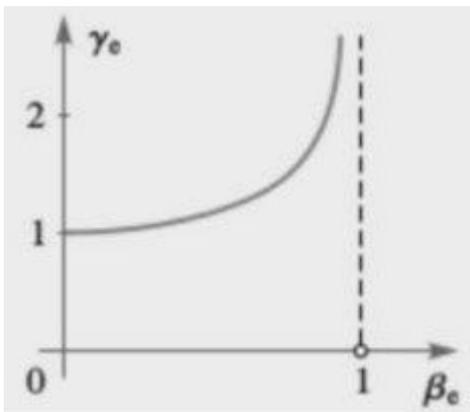
R : $F = \gamma(\mathbf{f} \cdot \mathbf{v}/c, \mathbf{f})$

On remarque que si notre système est isolée, $\mathbf{f} = 0$ entraînant la conservation du quadrivecteur énergie impulsion P .

→ Réaliser une application du PFD avec $\mathbf{f} = q \cdot \mathbf{E}$ (Cf remarques)

2) Le photon

L'expérience d'Einstein sur l'effet photoélectrique a permis de montrer que le rayonnement monochromatique de fréquence ν est quantifié. Les particules élémentaires associées à cette quantification du champ électromagnétique sont les photons. Les travaux de Einstein et Plank ont montré que l'énergie du photon était finie $E = h\nu$. Par ailleurs, d'après les lois de Maxwell, les ondes électromagnétiques se déplacent dans le vide à la vitesse de la lumière c . Ainsi, les photons ont une vitesse $v = c$ dans le vide.



Dans ces conditions γ est infiniment grand et les composantes du quadrivecteur énergie impulsion du photon ne restent finies que si sa masse est nulle.

A partir de l'invariant $E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2$. On obtient alors $E = p \cdot c$.

Mais énergie et impulsion reste indéterminés avec cette approche.

Ce sont les travaux de Planck puis d'Einstein qui ont permis de définir l'énergie d'un photon par $E=h\nu$ avec ν la fréquence du rayonnement électromagnétique et h la constante de Planck.

En combinant ces 2 relations, on a la relation de Broglie $p=h/\lambda$

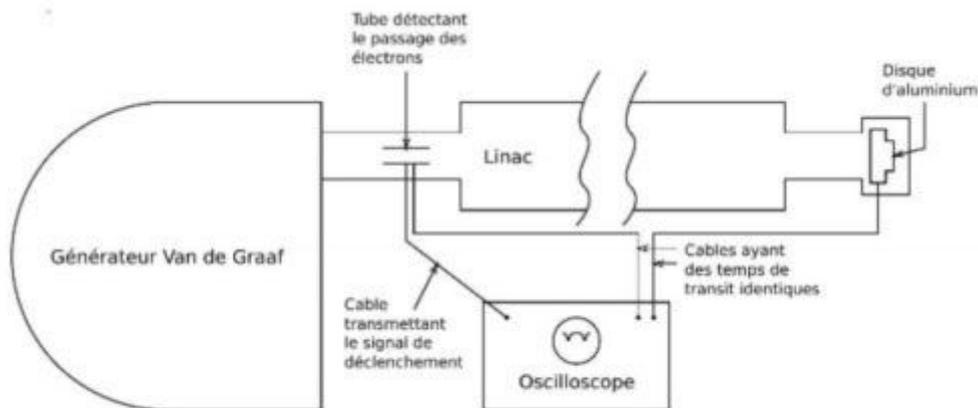
On a ainsi le quadrivecteur énergie-impulsion $P = (\hbar\omega/c, \hbar\mathbf{k})$

Sa pseudo-norme est nulle \rightarrow en accord avec la masse du photon nulle.

II - Applications

1) Particule chargée dans un champ

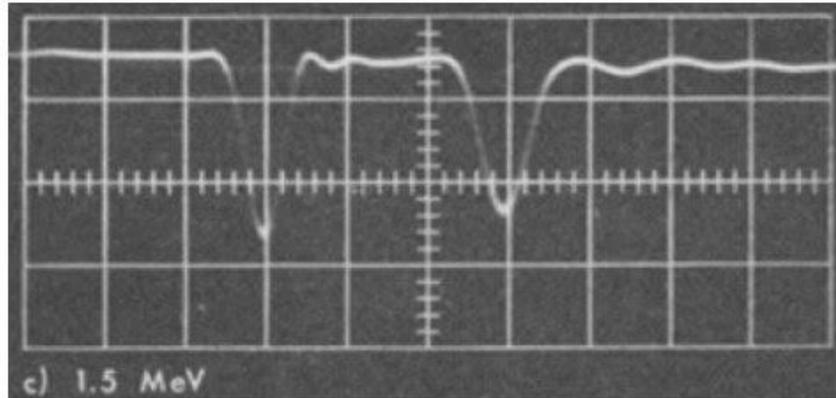
Bertozzi en 1964, expérience pour vérifier la théorie de la relativité. Utilisation d'électrons accélérés dans un accélérateur LINAC par une tension continue, pour mesurer leur vitesse et leur énergie.



Générateur = cathode qui crée des électrons (environ 1.5 MeV) puis accéléré, vers cibles en aluminium.

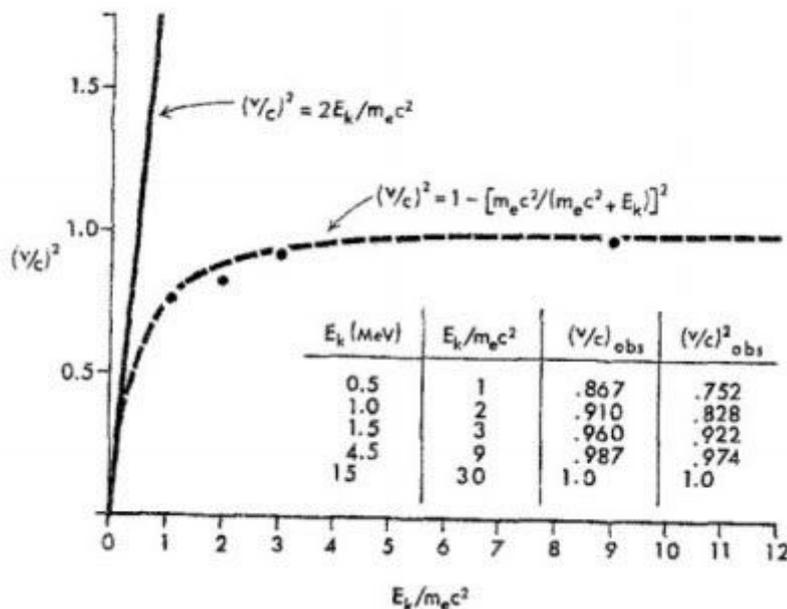
Tube avant l'accélérateur détectant le passage des électrons relié à l'oscilloscope et sur la cible aussi relié à l'oscilloscope permettant d'avoir 2 signaux.

Résultats:



Signal obtenu par addition des deux voies de l'oscilloscope, d'une salve d'électrons d'énergie 1,5 MeV Sensibilité horizontale : $0,98 \times 10^{-8}$ s.

Signal obtenu par addition de 2 voies de l'oscillo : on observe 2 pics, un correspondant au tube et l'autre à la cible. (Accélérateur de environ 8m de long, divisée la longueur par le temps pour remonter à la vitesse des électrons.) Il a fait ça pour plusieurs énergies pour tracer des courbes.



-Pente droite : représente la théorie de la mécanique newtonienne
 -On obtient une courbe, on voit que quand on accélère les électrons, la vitesse ne tend pas vers l'infini mais vers valeur de la lumière (sans la dépasser) : THÉORIE DE LA RELATIVITÉ VALIDÉE.

2) Collisions élastiques

2ème expérience: celle de Compton sur la collision élastique 1922.

Il a utilisé des rayons X : photons d'énergie donnés (environ 17.5 keV). Il les envoie sur des électrons de la couche externe du graphite, considéré comme libre et immobile car énergie très faible de masse m dans un référentiel R.

Résultats : 2 différents rayons EM, 1 perpendiculaire à la direction envoyé mais aussi un autre de longueur d'onde plus grande dévié d'un angle θ .

Relation entre longueur d'onde et l'angle θ ?

Avant choc dans R : quadrivecteur énergie impulsion du photon

$$P_1^{av} = (E_1^{av}/c, \mathbf{p}_1^{av}) = (hv/c, (hv/c)\mathbf{n}) + \text{celui de l'électron } P_2^{av} = (E_2^{av}/c, \mathbf{p}_2^{av}) = (mc^2/c, 0)$$

Après le choc dans R : Deux quadrivecteurs émis avec diff fréquences et orientation.

Quadrivecteur photon $P_1^{ap} = (E_1^{ap}/c, \mathbf{p}_1^{ap}) = (hv'/c, hv'/c \cdot \mathbf{n}')$ tandis que l'électron a gagné en énergie et donc en vitesse $P_2^{ap} = (E_2^{ap}/c, \mathbf{p}_2^{ap})$.

On applique la conservation du quadrivecteur énergie impulsion sur le système \rightarrow Système d'équation:

$$\mathbf{p}_2^{ap} = \mathbf{p}_1^{av} - \mathbf{p}_1^{ap}$$

$$E_2^{ap} = E_1^{av} + E_2^{av} - E_1^{ap}$$

On écrit l'invariant pour l'électron dans le ref de notre système: $E_2^{ap2} = p_2^{ap2} \cdot c^2 + m^2 c^4$. En remplaçant la fréquence par c/λ , on retombe sur l'équation trouvée par Compton $\lambda' - \lambda = h/mc(1 - \cos(\theta))$.

La longueur $h/mc = 0.024 \text{ \AA}$ s'appelle la longueur d'onde de Compton de l'électron.

Le résultat du calcul en accord avec l'expérience confirme que la photon possède une quantité de mouvement de module hv/c . \rightarrow Compton : prix Nobel 1927

3) Collisions inélastiques

Un choc entre particules est inélastique si la nature ou le nombre des particules avant la collision n'est pas conservée après la collision.

On considère N particules qui subissent des chocs elles peuvent se désintégrer en Q particules. Si le système est isolé et que les particules sont indépendantes les unes aux autres, on a conservation de l'impulsion et de l'énergie.

Si entre le nombre de particules avant et après le choc n'est pas le même, alors on va avoir une différence d'énergie de masse qui se traduit par un gain d' E_c . Découvert par Einstein en 1905, formule $\Delta E c = \Delta m c^2$. Elle traduit l'équivalence entre la masse et l'énergie.

Remarque : Lorsqu'une particule est créée par conversion d'énergie pure en matière, son antiparticule est également produite

On peut définir l'énergie de seuil de production de Q particules lors d'une collision inélastique comme l'énergie cinétique minimum des N particules incidentes, permettant de créer des particules au repos dans leur référentiel du centre de masse R^* .

L'énergie cinétique minimum que doit posséder une particule de masse m_1 entrant en collision avec une particule immobile de masse m_2 pour former Q particules de masse m_j se met sous la forme:

$$(E_{C1}^{av})_{min} = \frac{(\sum_j^Q m_j c^2)^2 - (m_1 c^2 + m_2 c^2)^2}{2m_2 c^2}$$

-Si les masses avant le choc est supérieur à celles créées alors pas d'énergie de seuil. La réaction est toujours possible et les particules émises possèdent une énergie cinétique dans R*.

Exemple: réaction proton-antiproton de même masse 939 MeV/c² donnant naissance à un méson π⁻ et son antiparticule π⁺ de même masse 139,6 MeV/c²

-Si les masses avant le choc est inférieure à celles créées alors il y a une énergie de seuil.

Exemple: réaction entre 2 protons, l'un accéléré et l'autre immobile, permettant de créer une paire proton-antiproton : p+p → p+p+p+p*

Toutes les particules ont la même masse 938,3 MeV/c². L'énergie de seuil ou énergie cinétique minimum du proton incident est: (E₁^{av})_{min}=6mc²=5.63GeV. = pour pouvoir créer les 4 protons sans vitesse initiale dans R*.

L'énergie minimale du système avant collision dans R est donc 8mc²=7.51GeV correspondant à l'énergie cinétique minimal du proton + les 2 énergies de masse.

-On peut réaliser le calcul dans le ref du centre de masse R*: E_{av}*=E_{av}/γ et γ= $\sqrt{E_{1av} + mc^2 / 2mc^2}$.

On obtient γ=2 → Soit E₁^{av}min = 4 * énergie de masse = 3.75 GeV. Il faut donc apporter à nos 2 protons dans R* une énergie de masse chacun..

On voit que E en R* inf a E en R, c'est pour ça que dans un collisionneur on réalise l'expérience dans le centre de masse. Pour cela, ce sont les paramètres expérimentaux qui te définissent le référentiel du laboratoire.

1er expérience: Proton fixe+proton rapide → Ref laboratoire

2eme expérience: Choc frontal entre deux protons rapides → Ref de masse

Ainsi en 2012 : découverte du boson de higgs avec une énergie de masse 125 GeV.

(https://fr.wikipedia.org/wiki/Grand_collisionneur_de_hadrons)

Conclusion:

- On utilise le quadrivecteur énergie-impulsion
- Sa pseudo-norme est invariante dans tout les référentiels
- Le photon n'a pas de masse
- Le PFD est toujours valide dans le cas de la dynamique relativiste
- L'énergie de masse est accessible à haute énergie
- Il est préférable de faire des collisions dans le référentiel du centre de masse pour diminuer l'énergie apportée.

Transition vers Leçon Fusion Fission.

Remarques:

-I-3 : manque un exemple de PFD avec f, où f est la force EM, force de Lorentz f=q(E+v^A B) où v classique (non corrigé) dans le ref R qui intervient. L'expression de f est inchangée par

rapport en classique. C'est la seule force que l'on a à notre disposition. En effet la gravité n'intervient qu'en relativité générale, et les forces phénoménologiques n'ont pas le bon ordre de grandeur (pas à l'échelle de la particules élémentaire) et les autres il y a des aspects quantique qui sortent du champ de notre application.

-Expérience Bertozzi : La courbe de gauche doit être faite, l'équa diff qui mène à cette courbe → beaucoup plus simple de résoudre par l'énergie. (PFD)

-Il faut bien dire qu'on a la droit de travaillé dans R' si il est galiléen et justifier pourquoi il est galiléen dans nos cas. On peut se placer dans le "ref tangent" à chaque instant tqi galiléen, mais pas vraiment le ref propre.

-Pas le temps a priori de faire collision élastique et inélastique : il faut choisir un et évoquer l'autre rapidement (ouverture pour les questions)!

Questions :

-Dans accélérateur de Bertozzi, écrire l'équation du mouvement qui régit l'accélération de l'électron dans un champ électrique donné ? PFD, doit-on dérivé gamma? oui

$dp/dt=f$, si $f=qE$ et $p=\gamma mv$ soit $d(\gamma mv)/dt=qE$.

-Pourquoi il y a un e dans γ et β ? e fait référence entre 2 référentiels dont l'un des deux n'est pas nécessairement propre (sinon pas besoin du e).

-Ref propre? ref où la particule est immobile, est-il galiléen? Oui, si la vitesse de la particule à une vitesse constante dans R et en translation rectiligne.

-Et dans l'expérience de Bertozzi? Le ref terrestre comme galiléen car le temps de l'expérience est très rapide en comparaison à la rotation de la terre, et le ref (propre) de la particule est-il galiléen? Non si la particule est accéléré, oui si elle n'est pas accélérée.

-Expérience Bertozzi : Bertozzi mesure la vitesse moyenne,

Les premiers points la vitesse varie donc cela marche moins bien, après elle sature et la vitesse moyenne correspond à celle sur le plateau.

-Commenter la vitesses des protons et antiproton? $6mc^2$ est-ce que ca dépend du ref de travail? Oui, cette valeur correspond au ref du labo ici. Dans R*, ils n'ont pas de vitesses. Dans le ref du laboratoire, ils vont donc tous à la même vitesse dans la direction de l'alignement de l'arrivée du proton.

-Avez vous parlé de "conservation de l'impulsion"? On ne peut pas avoir $E_c = 0$ et impulsion non nulle, incompatible dans R.

-Etablissement de la formule de l'énergie minimum? Conservation de l'énergie en travaillant dans le ref du centre de masse R*, puis on ramène notre résultat dans le ref de départ R (Cf cours Cantat sur les noyaux + Plan PH Suet)

-Des questions sur les technologies des accélérateurs.

https://fr.wikipedia.org/wiki/Acc%C3%A9l%C3%A9rateur_de_particules

- Pourquoi veut-on absolument garder la conservation de l'énergie et de l'impulsion pour un système isolé : la réponse attendue étant que les symétries de translation/renversement dans le temps et espace existent encore en relativité.

-Comment peut-on, par changement de référentiel, passer d'un champ E à un champ B?

https://fr.wikipedia.org/wiki/Calculs_relativistes#Forces_et_Acc%C3%A9l%C3%A9rations Cf exemple 2 et exemple 3

-Pourquoi dans le quadrivecteur impulsion il faut écrire E/c et pas juste E : par raison d'homogénéité, pour garder l'invariance de l'écriture du quadrivecteur par changement d'unité.

-Est-ce qu'on peut définir une quadri-accélération? Oui

-Précisions sur le référentiel du centre de masse, est-ce qu'il y a équivalence entre masse nulle et déplacement à la vitesse de la lumière? OUI

-Pourquoi c'est important d'accélérer des particules à très grande énergie, lien avec le principe d'indétermination de Heisenberg. Je dirais que ΔE est grand et donc d'après le principe d'indétermination Δt est petit, et pour cela il faut donc accélérer les particules, mais pas sûre du tout.