LP25 : Ondes acoustiques

Remarques Jury :

La contextualisation et des applications de la vie courante ne doivent pas être oubliées dans cette leçon qui se résume souvent à une suite de calculs. De plus, les fluides ne sont pas les seuls milieux dans lesquels les ondes acoustiques peuvent être étudiées.Cette leçon peut être l'occasion d'introduire le modèle limite de l'onde plane progressive harmonique et de la comparer éventuellement à l'onde sphérique.

Bibliographie :

- Tout en un Dunod PC/PC*
- https://cahier-de-prepa.fr/pc*-poincare/download?id=823 pour certaines fig.
- The Physics of Musical Instruments, N.H FLETCHER, chap. 6 : Sound Waves in air
- http://www.fast.u-psud.fr/~rabaud/NotesCours_Agreg.pdf

Niveau : CPGE (2ème année, surtout PC)
Pré-requis: Cinématique et mécanique des fluides, électromagnétisme, notions de thermodynamique

Introduction : On commencera par faire quelques rappels nécessaire au développement des calculs, puis on présentera les différentes approximations, puisqu'on va chercher à décrire l'état du fluide dans lequel l'onde se propage (on ne parlera pas de solide dans cette leçon). Et ces approximations nous permettront d'établir l'équation de propagation et donc ensuite d'analyser cette propagation. On terminera en abordant les aspects énergétiques.

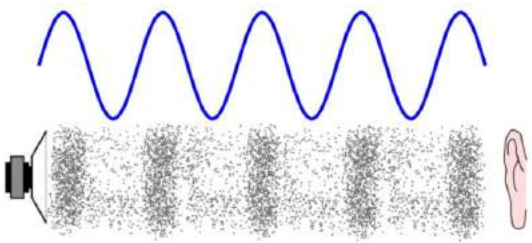
Exemple : membrane d'un haut-parleur dans l'air.
→ Animation : https://www.edumedia-sciences.com/fr/media/356-haut-parleur

Le déplacement (vibration) de la membrane doit être **rapide** dans l'air pour l'obtention des ondes sonores, sinon le fluide s'écoule autour de la membrane.

Ensuite, le fluide est un milieu **élastique**, les molécules d'air au voisinage de la membrane sont déplacés par la vibration, ce qui modifie le volume/ la masse volumique → entraînant une variation de pression → Propagation de la perturbation de proche en proche.
-Point rouge : se déplace autour d'une position mais ne s'en éloigne jamais→ pas de propagation de matière.
On remarque que la propagation dans le même sens que le déplacement des particules. (c'est ce qu'on appelle une onde longitudinale.

Attention, on ne le voit pas sur l'animation, mais ce sont bien les collisions entre particules qui permettent la propagation du son.

Observation de zones de compression (masse vol + forte) et zones de dilatation : la longueur d'onde correspond à la distance entre 2 zones de compression (ou dilatation) :



On a donc la propagation d'une variation de pression (reliée à masse volumique), et la capteur doit être sensible à ces variations.

Trois points importants :
-Nécessité d'un milieu matériel (Otto von Guericke, 1672, cloche à vide, le son s'atténue puis s'éteint.) D'ailleurs S-F : explosion d'astres dans l'espace se font sans son...
-La propagation des ondes sonores résulte du couplage entre les variations de pression et le déplacement des particules de fluides.
-Ondes longitudinales : mouvement des particules selon la même direction que la propagation. Pour les ondes dans les cordes, les ondes étaient transverses.

Acoustique : etude des vibrations de l'air accompagnées de variations de pression audibles → Fréquences entre 20 Hz et 20 kHz.

Ondes acoustiques/sonores : la différence est semblable à celle des ondes lumineuses/électromagnétiques → Sonore associé à tous les sons, acoustique uniquement audible.

I- Approximation acoustique

1) Approximation acoustique et définition des grandeurs

Grâce au cours de thermo/méca flu, on sait que l'état d'un fluide est défini par ses variables macroscopiques, et que ces dernières sont reliées par une équation d'état qui les relies. Cette équation fait le lien entre la pression, la masse volumique et la température absolue. On va chercher à caractériser l'état du fluide en chaque point et chaque instant, via ces 3 variables.

État d'équilibre : Silence $P_0,\ \rho_0,\ v_0 = 0$
Onde sonore = perturbation par rapport à l'état d'équilibre, et donc
Son : P =Po + p, $\rho = \rho_0 + \delta\rho$, $v = v_0 + v$. On se base sur le fait que simple perturbation :
p<<P_o la pression acoustique ou surpression
$\rho_0 >> \delta\rho$, $v << V_0$, où V_0 sera déterminé plus tard,
Hypothèses:
-Grandeurs vibratoires assez petites pour négliger tout terme d'ordre 2 ou plus.
-Fluide parfait, poids négligé.
$\rho = \rho_0 + \delta\rho,\quad P_0 = cste$

Pour résoudre notre système, il nous faut 3 équations.

- Equation d'Euler :

$\rho(\frac{\partial v}{\partial t} + (v.grad)v) = -grad(P)$ Pas linéaire à cause du terme conv. ce qui pose problème !!

-2nd terme (v.grad)v d'ordre 2 négligé → Raisonnement en ODG, valable si v/T>> v²/lambda=c_{onde} = V_o (T est la période !)
ex : Même pour son dans l'air très intense genre 120 dB, c_{onde} = 340m/s et v = 0,07 m/s.

Equation d'Euler linéarisée : $\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = - grad(p)$ (1) (en négligeant terme ordre 2).

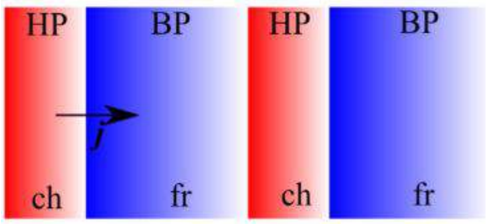
- Equation de la conservation de la masse : $div\,(\rho v) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$

Ordre 2 négligé, ρ_0 = constante
→ Equation linéarisée : $\rho_0 \; div\,(v) + \frac{\partial(\delta\rho)}{\partial t} = 0$ (2)

Pour le moment on a deux équation données par la mécanique des fluides. On a pas encore utilisé la thermodynamique ! On veur relier rho et P (on a relié les deux avec v déjà)

2) Hypothèse thermodynamique

Hypothèse : ρ = f(P), et on suppose isentropique (adiabatique et réversible) pour les ondes acoustiques. Cela se justifie car :



j : propagation de la chaleur
Temps de diffusion : T/2 (avec T = période de l'onde)
Longueur de diffusion associée : $L \approx \sqrt{DT/2}$
Diffusion négligeable devant la propagation de l'onde si : $L << \lambda/2 \Leftrightarrow \nu << c^2/2D$
AN : pour l'air $D \approx 2.10^{-5} m^2.s^{-1}$ ⇒ ν << 3 GHz
Hypothèse validée pour nos fréquences acoustiques !

On définit le coefficient de compressibilité :
χ = -1/V. $\frac{\partial V}{\partial P}$, dans comme isentropique χ_S = -1/V. $\frac{\partial V}{\partial P})_S$

(DL utile pour après:
$\rho = f(P_0 + p)$
$\rho = f(P_0) + f'(P_0)p$
$\rho = f(P_0) + (\frac{\partial \rho}{\partial P})p$

$\rho = \rho_0 + \delta\rho \Rightarrow \delta\rho = (\frac{\partial\rho}{\partial P})p$)

On considère une particule fluide (masse m constante) :
m=p.V
$ln(m) = ln(\rho) + ln(V)$. Si on écrit la dérivée logarithmique :
$0 = \frac{1}{\rho}.\frac{\partial\rho}{\partial P} + \frac{1}{V}.\frac{\partial V}{\partial P}$, donc de manière générale $\chi = \frac{1}{\rho} \times \frac{\partial\rho}{\partial P}$
et on pose χ_o=1/ ρ_0 . $\frac{\partial\rho}{\partial P}$ avec l'expression de $\delta\rho$ précédente .

Comme l'écoulement est considéré adiabatique réversible = isentropique, $\chi_s = \chi_0$:

Hypothèse thermodynamique : $\delta\rho = \rho_0\chi_s p$ (3)
On a nos 3 équations !

II- Equation de propagation

1) Equation de propagation

Détermination de l'équation de d'Alembert pour la surpression p(M,t).
On injecte (3) dans (2) : $div(v) = -\chi_s\frac{\partial p}{\partial t}$
On dérive par rapport au temps : $div(\frac{\partial v}{\partial t}) = -\chi_s\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$
div((1)) : $\rho_0\partial_t div(v) = -\Delta p$

<u>Equation de d'Alembert pour les ondes (3D) :</u>
On obtient pour la surpression p l'équation de propagation :
$\Delta p - \rho_0\chi_s\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$
On obtient la même équation pour la vitesse des particules v:
$\Delta v - \rho_0\chi_s\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0$

2) Célérité

Célérité de l'onde sonore dans le milieu matériel
Identification dans l'équation de d'Alembert c= 1/($\sqrt{\rho_0\chi_s}$)

Cherchons à étudier cela dans la cas d'un gaz parfait :
GP : $PV^\gamma = cste$ (Loi de Laplace)
Dérivée logarithmique en (ρ_0 , P_0) et définition de χ_s : χ_s = 1/ γP_0
Equation des GP : $\rho_0 = MP_0/RT_0$

Célérité du son dans un GP : c = $\sqrt{\gamma RT_0/M}$
(Remarque : on retrouvera une équation similaire en statistique avec la théorie cinétique des gaz.)

AN : avec l'air → c=343 m/s
(Toute cette démo est bien détaillée ici, réponse à la question 4.)

Remarques :

- λ_{air} entre [1.7 cm; 17m] → On est à échelle humaine, on sera toujours embêtés par la diffraction et les interférences.

- En réalité $c(T) = (T/To)^{1/2} .c(To)$. On a donc une propagation plus rapide dans l'air chaud que l'air froid

Dans le cas des liquides, pas d'expression facile de la compressibilité isentropique. On fait plutôt l'inverse, on mesure c et on détermine Xs :

ceau~ 1,5 km/s, permet de calculer Xs = 5.10^{-10} Pa^{-1}.

3) OPPH : caractère longitudinal et impédance acoustique

Les OPPH sont une solution possible de l'équation de d'Alembert.
Onde plane progressive harmonique se propageant dans la direction définie par u
$p(M,T) = p0cos(\omega t - k.r + \phi)$ où $k = ku = 2\pi/\lambda\, u$ et $r = OM$

Elles sont solutions de l'équation de D'Alembert à condition que $\omega = kc$. C'est la relation de dispersion.

Pour amener la notion d'impédance acoustique, on va passer par la notation complexe, autorisées car les équations sont linéaires . Pour la surpression :
p(M,t)=p0 $exp(i(\omega t - k.r))$ avec po = $p_0 exp(i\phi)$

Vecteur **k** et **r** dans une base cartésienne : **grad** = -i**k**, div = i**k**, d/dt = iw

Euler linéarisé s'écrit en notation complexe
$k.v = \omega\chi_s p$ (attention produit scalaire à droite, et on voit bien couplage p et **v**).

Les équations linéarisées conduisent à $\rho_0 \omega v = pk$ (v et k vecteurs)

La vitesse est colinéaire à k donc à la direction de propagation onde longitudinale.

Euler linéarisée conduit à $v=p/(\rho_0 c)$ La présence de ce facteur de proportionnalité entre la vitesse et la pression nous amène à définir l'impédance :

On définit dans le cas d'une OPPH l'impédance acoustique du milieu Z:
$Z = \rho_0 c$

Propriétés du milieu matériel : $Pa.m^{-1}.s$ ou $kg.m^{-2}.s^{-1}$
OdG : $Z_{air} = 410\ kg.m^{-2}.s^{-1}$
$Z_{eau} = 1.4 . 10^6\ kg.m^{-2}.s^{-1}$
On a en général un facteur d'environ 5000 entre les impédances des gaz et des liquides.

Coefficient de transmission et de réflexion pour la pression et la vitesse (en incidence normale):

$$\tau = \frac{2Z_2}{Z_1+Z_2}$$

$$r = \frac{Z_1-Z_2}{Z_1+Z_2}$$

(Pour démonter ça, on utilise la continuité de la surpression et du débit).

III- Aspects énergétiques

1) Localisation transport de l'énergie acoustique (Admis)

La où règne l'onde acoustique réside de l'énergie avec la densité volumique

$e = e_c + u \quad (J.m^{-3})$ avec $u = 1/2\chi_s p^2$ et $e_c = 1/2\rho_0 v^2$

Le premier terme représente l'énergie cinétique des particules fluides et le second un accroissement de leur énergie interne lié à leur compression. L'énergie contenue dans un volume V est $\varepsilon = \int_V e\, dV$

Le transport de l'énergie est décrit par le vecteur de Poynting **R**= ρ .**v** (on peut la démontrer)

La puissance traversant une surface S est P= $\int_S$ (**R**.**dS**)

2) Intensité sonore et décibels.

L'oreille humaine est sensible aux variations de pression : on pourrait donc vouloir définir la nuance d'un son, soit son volume sonore, à partir de la pression acoustique.

Mais on se rend compte que l'expression du volume sonore dépendrait des propriétés acoustiques de l'environnement (un même concert dans une église ou un théatre avec des sièges rembourrés donne pas du tout pareil : on entendrait plus fort dans l'église)...

Pour se débarrasser de cette dépendance au milieu, on passe par l'énergie sonore à travers une surface :

I=<R> (W/m²) (intensité moyenne du vecteur de Poynting)

I_{dB}=N_{dB} = 10.log(I/I_o) où I_o= 10^{-12} W/m² , seuil d'audition

Si I' = 2I alors

$N'_{dB} = 10log\,(2I/I_0) = 10log(2) + 10log\,(I/I_0) = N_{dB} + 3$

Si I' = 10I alors

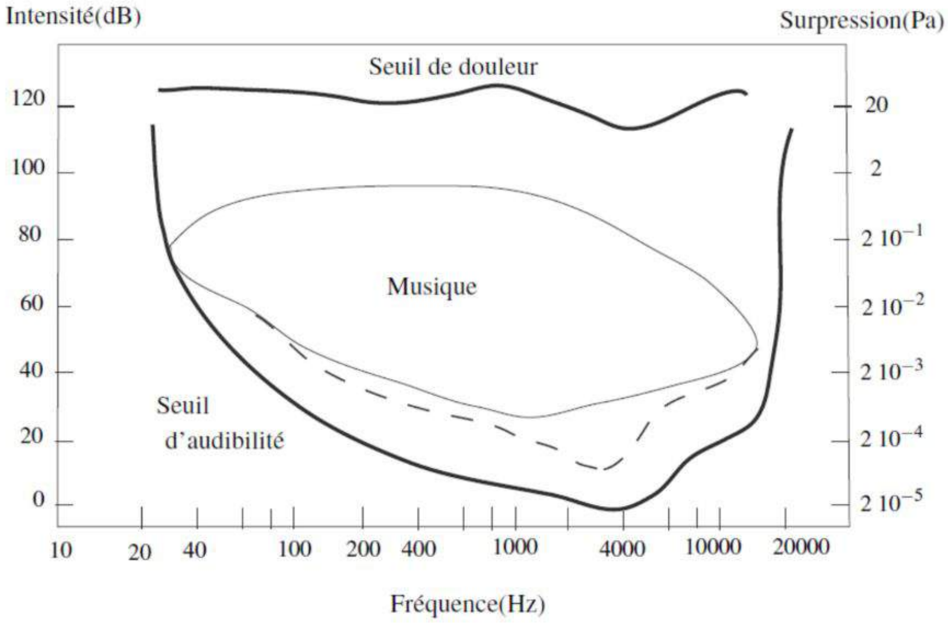
$N'_{dB} = 10log\,(10I/I_0) = 10log(10) + 10log\,(I/I_0) = N_{dB} + 10$

L'oreille récepteur qui se comporte de façon logarithmique.

OdG de l’intensité/niveau sonore pour différents sons :

	Intensité sonore ($W.m^{-2}$)	Niveau sonore (dB)
seuil d’audition	10^{-12}	0
chuchotement	10^{-10}	20
forêt	10^{-8}	40
conversation	10^{-6}	60
cris	10^{-4}	80
marteau piqueur	10^{-2}	100
seuil de douleur	1	120

Audition de 2 sons différents : $N_1 = 60\ dB \quad et\ N_2 = 60\ dB$
alors $I_1 = I_0.10^6$ et $I_2 = I_0.10^3$
$I=I_1 + I_2 = 1{,}001.10^6.I_o$ d’où $N=10.\log(1{,}001.10^6)=60{,}004$ dB



(seul 1% des humains peuvent effectivement entendre en dessous de la ligne en pointillé.)

Conclusion
Pour comprendre comment s’établissent et se propagent les ondes sonores il faut considérer un fluide avec certaines approximations
Cela permet d'aboutir à des équations que l’on sait résoudre (alembert)
Solution qu’on peut établir avec l’OPPH car linéaire
A travers cette OPPH → Notion d'impédance
acoustique qui permet de comprendre le comportement des ondes face à un changement de milieu + aspect énergétique

Remarques:
-Pas besoin de tout écrire (genre les calculs) sur le diapo

-Aller vite sur l'OPPH
-Partie réflexion, transmission : parler de l'échographie (Ultrasons)

Questions :
-Où est positionnée la leçon? Au niveau lycée déjà vu l'onde sonore
Même en prépa, déjà un cours sur les ondes. L'idée de cette leçon est de passer à une connaissance quali → quanti grâce à la mécanique des fluides.
Bien insister sur l'importance de la méca flu dans cette leçon → arrive à la fin du cours de mécanique des fluides.

-Particules de fluides? Volume de taille mésoscopique, attention avec l'animation car il n'y a pas de vide entre les différentes particules de fluides, l'animation illustre les molécules d'air, particules de fluides accolées : définition du milieu continu.

-Animation réaliste ? Gradient de pression fait que la vitesse des particules varie, dans un GP la pression vient des chocs, or dans l'animation les molécules ne s'entrechoquent pas les molécules oscillent donc sans raison. En réalité, c'est la vitesse caractéristique des particules due à l'agitation thermique (ODG 500m/s) qui propage la surpression et qui génère l'onde sonore.

-Milieu élastique : capable de se comprimer et de se dilater → pas de perte énergétique (pas prise en compte de la viscosité).

-Expérience Otto von Guericke (ne pas la faire!)

-Approximation acoustique très importante : grandeurs vibratoires petites (negl) !!!
Comment on peut montrer qu'elle est nécessaire ? On simplifie pour avoir une équation linéaire car le phénomène est linéaire, or les équations de meca fluide (Euler) sont non linéaires! Il nous faut donc une simplification pour avoir des termes linéaires.
Si on met une fréquence ν_0 au GBF on reçoit au micro ν_0 , ce qui prouve la linéarité : cela justifie l'approximation linéaire

-Utilisation thermodynamique en méca fluide c'est uniquement en acoustique ou pas? On utilise toujours la thermodynamique!! En mécanique des fluides, il manque toujours une équation → équation thermodynamique (qui lie la masse volumique et la pression généralement).

-Pourquoi donner la taille caractéristique des longueurs d'ondes? ODG de la taille de nos objets, donc tous nos objets diffractent le son, car objet de la taille de la longueur d'onde → diffraction. Interférences ondes sonores? Faire attention dans les salles qu'il n'y ait pas d'endroit avec des zones sans son (zone interf destructives).

-Les solides: Il faut en parler!!!
En parler succinctement à la fin
On modélise les solides comme un ensemble d'oscillateurs (ressort) les vibrations vont se propager dans les ressorts de proche en proche

Dans les calculs : c’est le module d'élasticité qui interviendra
$\omega \propto |\sin(ka/2)|$
3 types d’onde sonores qui se propagent dans les solides

Questions Jury :

- Ordre grandeur de la vitesse du son dans un solide ?

Plusieurs milliers de m/s dans les métaux (Cuivre 3900 m/s, acier 5200 m/s, 5500 dans le verre…)

- Comment fonctionne l’émetteur à ultrason utilisé (celui du dural) ?

Il est constitué d’un piézoélectrique (corps céramique) qu’on place dans un champ éléctrique variable (via le générateur). Le matériau vibre au même rythme que le champ/la tension imposée, et fait bouger les molécules d’air alentour, propageant le son.

- Par analogie avec un autre domaine de la physique, démontrer l’expression du Poynting des ondes acoustiques.

Le vecteur de Poynting correspond à une puissance par unité de surface. La force que l’on considère dans le cas des ondes acoustiques ne peut être que la force de pression. La pression a déjà l’unité d’une force par unité de surface, pour avoir la puissance il faut faire scalaire v, on obtient P**v**.

- Quelle est la polarisation associée aux ondes longitudinales (par analogie avec l’électromagnétisme) ?

D’après wiki, on n’a pas de polarisation pour une onde longitudinale, probablement parce que l’étude de la polar se fait dans des plans perpendiculaires aux plans de propagation.

- Modèle de la sphère pulsante ?

En partie 4 de : http://lnspe2.fr/Cours_Phys/Ondes02.pdf .

- D’où proviennent les infrasons lors des concerts ?

Une partie des instruments utilisés par les orchestres symphoniques, ou contemporains (guitare électrique, grosse caisse…) et plus encore les puissants haut-parleurs diffusant de la musique synthétique et/ou à forte puissance émettent des infrasons. Ces derniers produisent une sensation physique et auditive de “présence” et de “force”.