

Leçon Physique n°22

Rétroaction et oscillations

Niveau : CPGE (PSI)

Prérequis :

- Electrocinétique
- ALI (ex-AO)
- Filtres linéaires (fonction de transfert, diagramme de Bode)
- Notation en transformée de Laplace

Plan :

Introduction

1. Rétroaction et systèmes bouclés
 - 1.1. Nécessité d'une rétroaction
 - 1.2. Comportement d'un système bouclé
 - 1.3. Stabilité d'un système bouclé
2. Oscillations dans un système bouclé instable
 - 2.1. Oscillateur à pont de Wien
 - 2.2. Condition d'auto-oscillation
 - 2.3. Caractérisation des oscillations

Conclusion

- Rétroaction : on réinjecte le signal de sortie vers l'entrée. On a alors un système bouclé
- Notion présente dans de nombreux domaines :
 - en biologie : régulation de la température du corps
 - en acoustique : effet Larsen
 - en électronique : montage comportant des ALI
- Il faut distinguer deux grandes familles de systèmes bouclés :
 - les systèmes asservis : on réalise une boucle de rétroaction afin que la sortie suive la commande imposée
 - les systèmes oscillants : on met en place une boucle afin de rendre le système instable et le faire osciller

1 . Rétroaction et systèmes bouclés

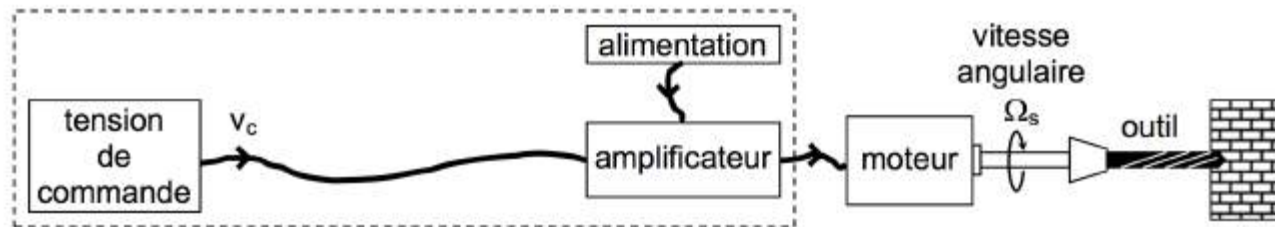
1 . Rétroaction et systèmes bouclés

1.1. Nécessité d'une rétroaction

1. Rétroaction et systèmes bouclés

1.1. Nécessité d'une rétroaction

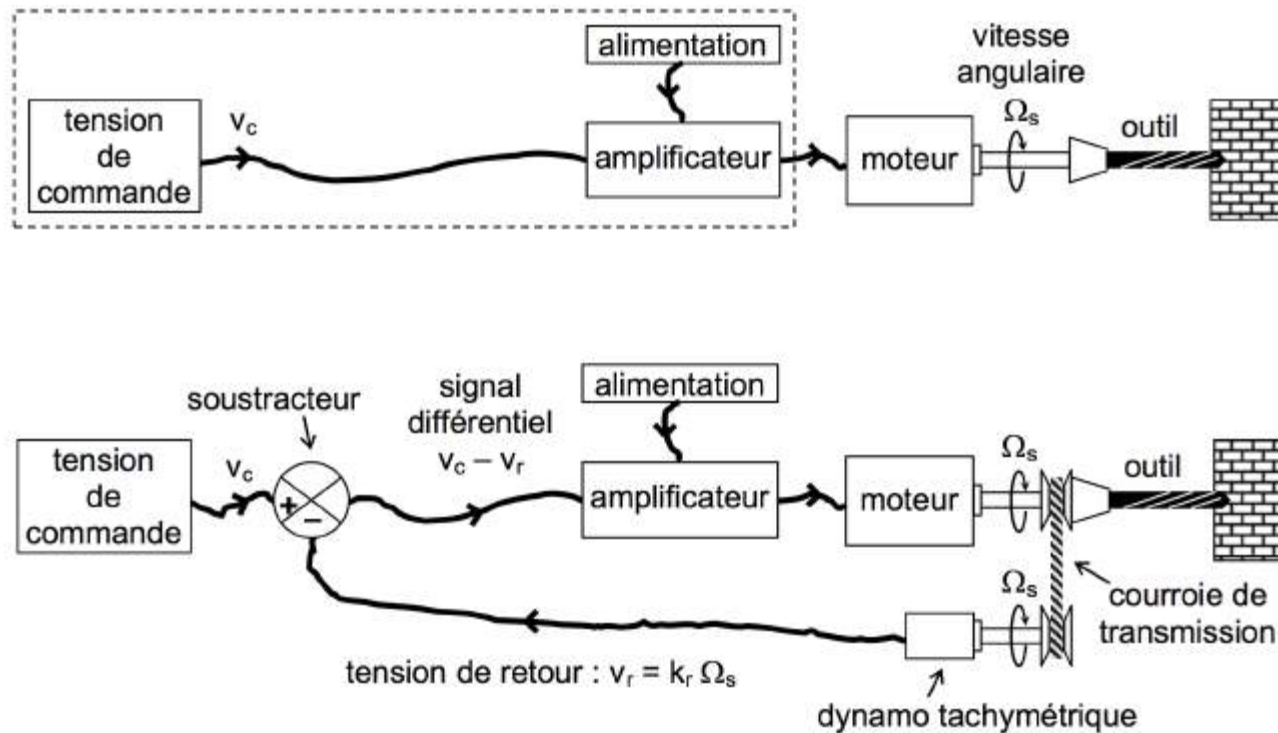
- Exemple d'une perceuse



1. Rétroaction et systèmes bouclés

1.1. Nécessité d'une rétroaction

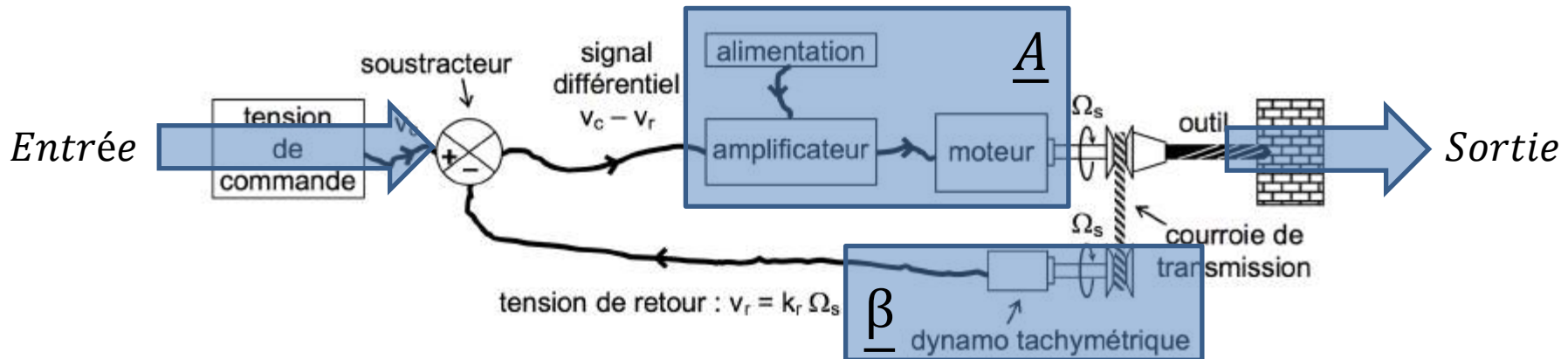
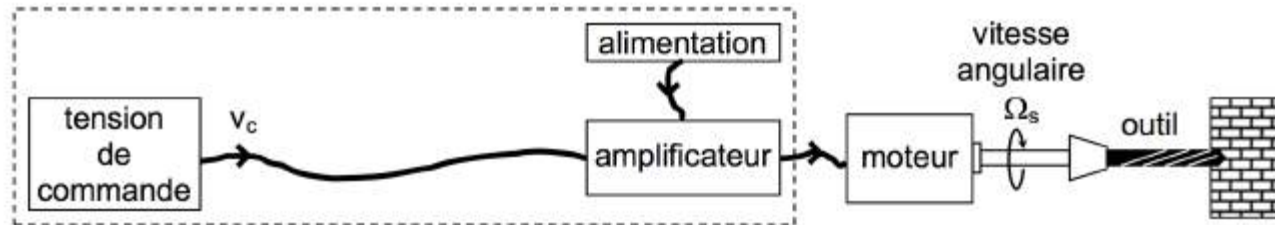
- Exemple d'une perceuse



1. Rétroaction et systèmes bouclés

1.1. Nécessité d'une rétroaction

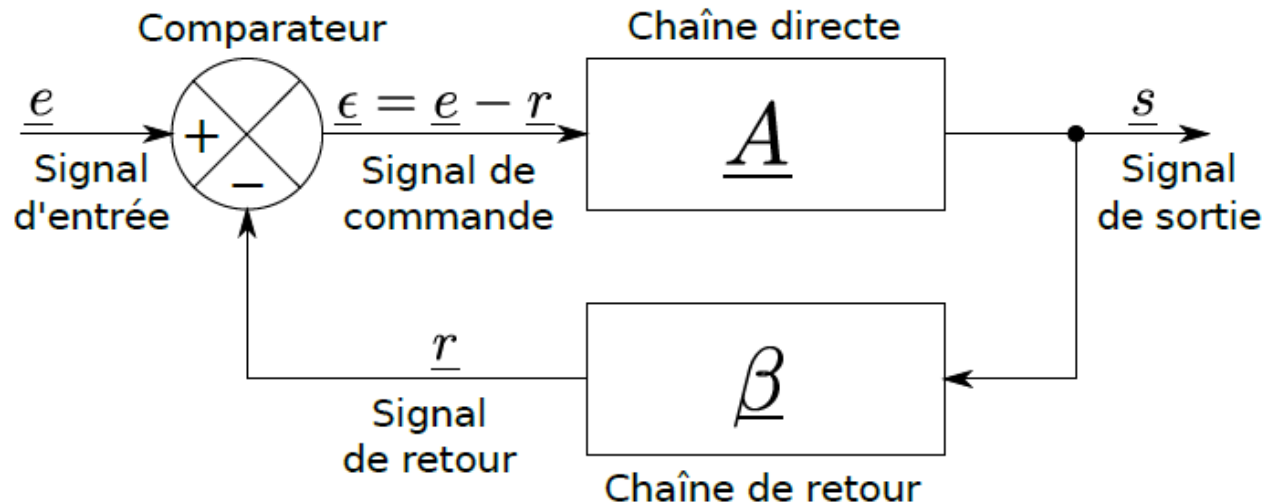
- Exemple d'une perceuse



1. Rétroaction et systèmes bouclés

1.1. Nécessité d'une rétroaction

- Schéma fonctionnel d'un système bouclé



Il est composé de 3 organes :

- une **chaîne directe** de fonction de transfert $\underline{A}(p)$ contenant un actionneur
- une **chaîne de retour** de fonction de transfert $\underline{\beta}(p)$ pouvant contenir un capteur
- un **comparateur**

1 . Rétroaction et systèmes bouclés

1.1. Nécessité d'une rétroaction

1.2. Comportement d'un système bouclé

1. Rétroaction et systèmes bouclés

1.2. Comportement d'un système bouclé

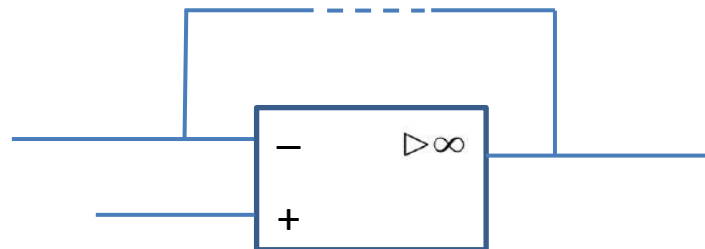
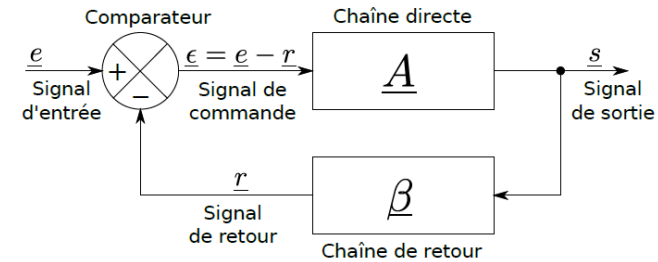
- Fonction de transfert en boucle fermée (FTBF)

$$\underline{H_{FTBF}} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} = \frac{\underline{A}}{1 + \underline{A}\underline{\beta}}$$

- Fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO)

$$\underline{H_{FTBO}} = \frac{\underline{r}}{\underline{e}} = \underline{A}\underline{\beta}$$

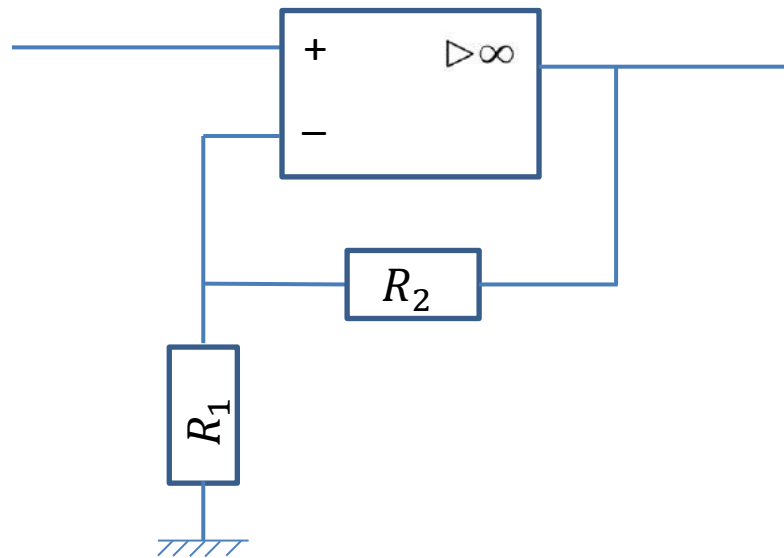
- L' Amplificateur Linéaire Intégré (ALI) est un exemple de système bouclé en électronique : en fonctionnement linéaire, il faut une boucle entre la sortie et la borne inverseuse de l'ALI



1. Rétroaction et systèmes bouclés

1.2. Comportement d'un système bouclé

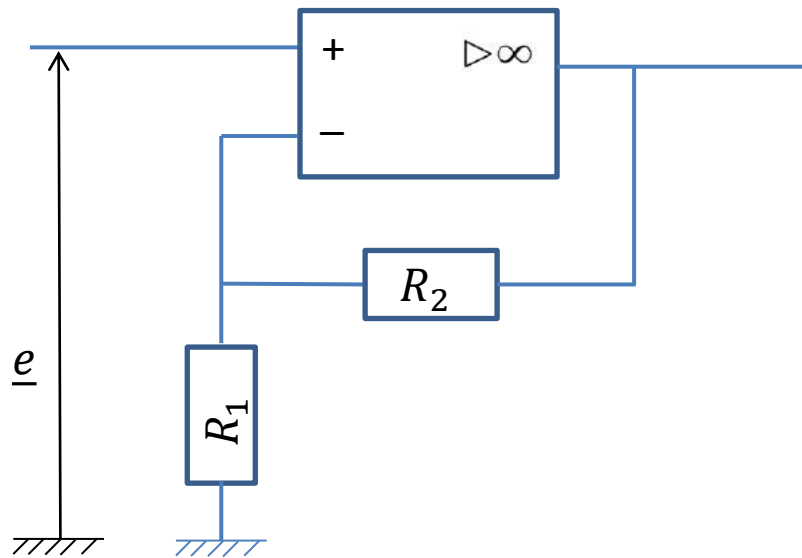
- Exemple du montage amplificateur non inverseur



1. Rétroaction et systèmes bouclés

1.2. Comportement d'un système bouclé

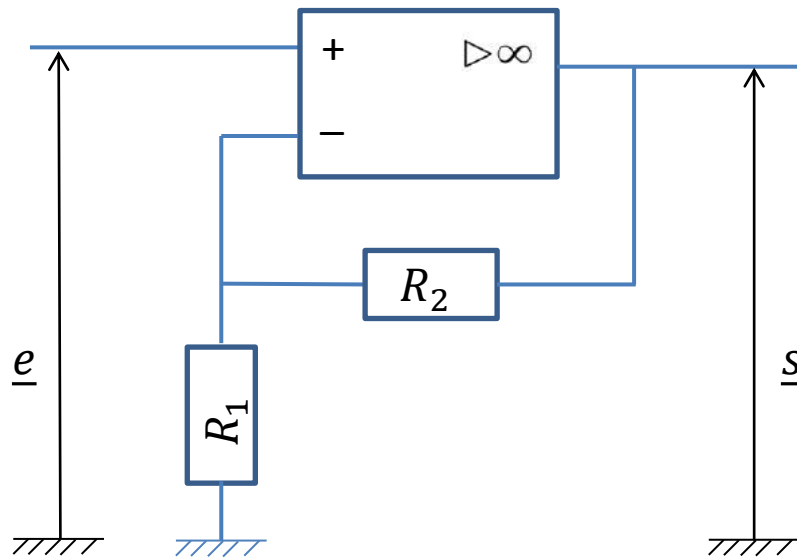
- Exemple du montage amplificateur non inverseur



1. Rétroaction et systèmes bouclés

1.2. Comportement d'un système bouclé

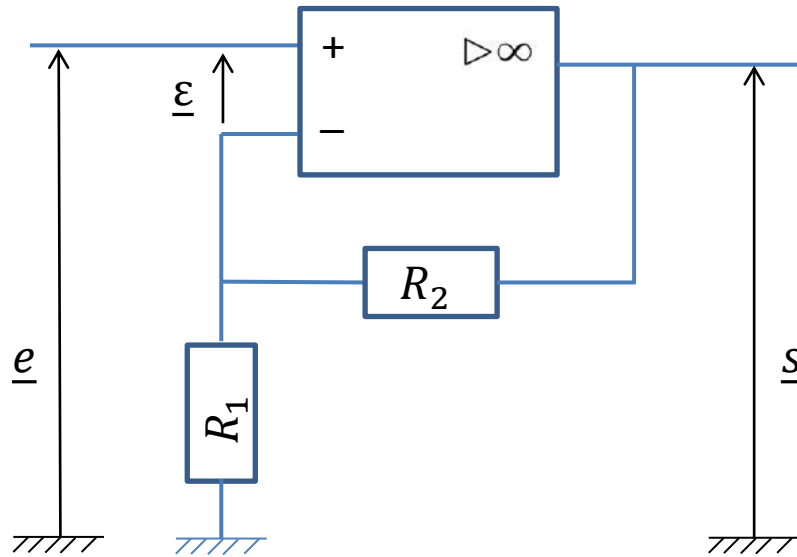
- Exemple du montage amplificateur non inverseur



1. Rétroaction et systèmes bouclés

1.2. Comportement d'un système bouclé

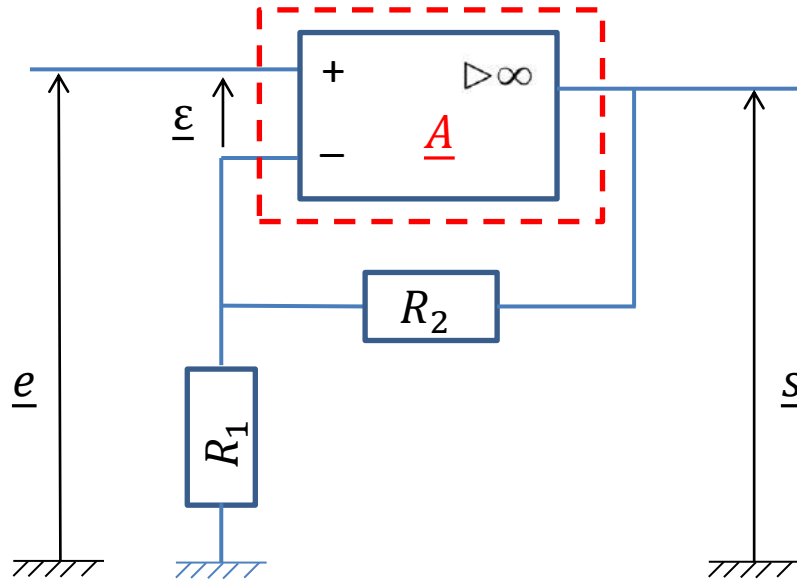
- Exemple du montage amplificateur non inverseur



1. Rétroaction et systèmes bouclés

1.2. Comportement d'un système bouclé

- Exemple du montage amplificateur non inverseur



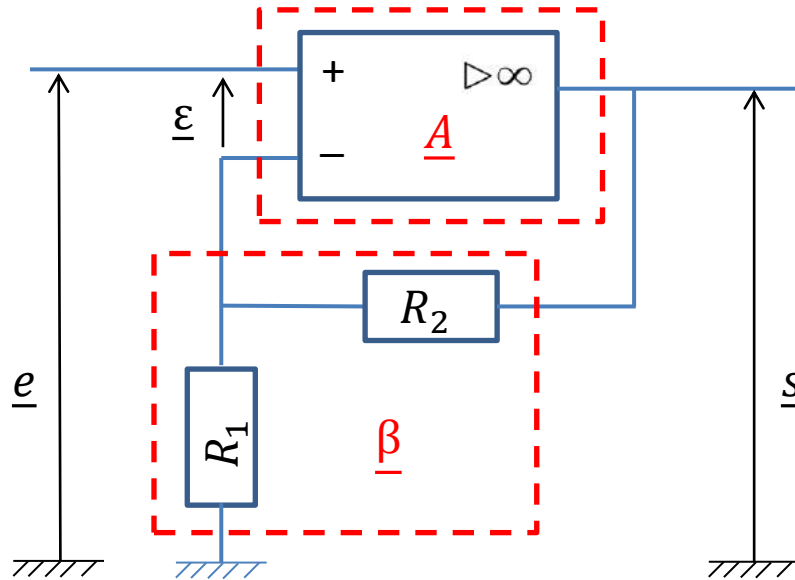
Chaîne directe modélisée par l'ALI, sa fonction de transfert au 1^{er} ordre est :

$$\underline{A}(p) = \frac{A_0}{1 + \tau p} \quad \text{avec } A_0 \gg 1 \text{ et } R_2 \ll A_0 R_1$$

1. Rétroaction et systèmes bouclés

1.2. Comportement d'un système bouclé

- Exemple du montage amplificateur non inverseur



$$\underline{A}(p) = \frac{A_0}{1 + \tau p}$$

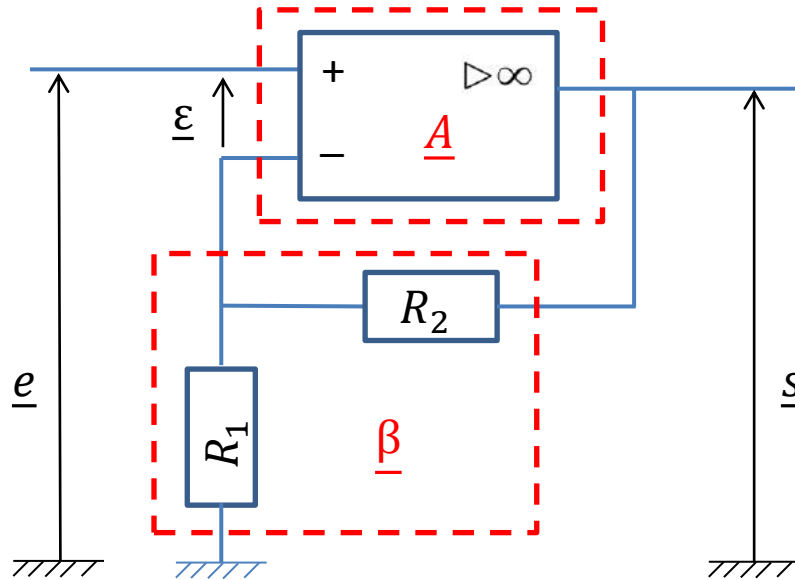
Chaîne de retour réalisée par la boucle de rétroaction de fonction de transfert :

$$\underline{\beta}(p) = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

1. Rétroaction et systèmes bouclés

1.2. Comportement d'un système bouclé

- Exemple du montage amplificateur non inverseur



$$\underline{A}(p) = \frac{A_0}{1 + \tau p}$$

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

On étudie ce montage à partir de deux équations :

- la fonction de transfert de l'ALI $\underline{A}(p) = \frac{S(p)}{\mathcal{E}(p)}$
- la relation entre $\mathcal{E}(p)$ et $E(p)$

1. Rétroaction et systèmes bouclés

1.2. Comportement d'un système bouclé

$$i_1 = i_2 + i^-$$

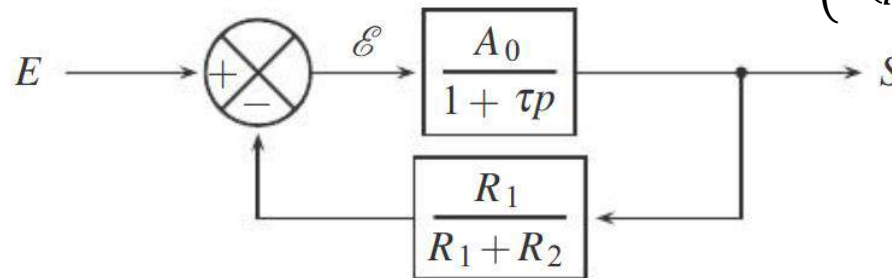
Avec la loi d'Ohm,
$$i_1 = \frac{0-v^-}{R_1} \text{ et } i_2 = \frac{v^- - s}{R_2}$$

La loi des nœuds devient :
$$v^- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} s$$

Par définition,
$$\varepsilon = v^+ - v^- = e - \frac{R_1}{R_1 + R_2} s$$

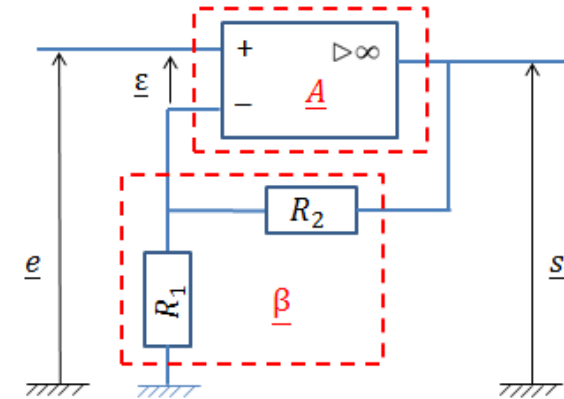
En notation de Laplace, le montage est régi par le système :

$$\begin{cases} S(p) = \frac{A_0}{1 + \tau p} \varepsilon(p) \\ \varepsilon(p) = E(p) - \frac{R_1}{R_1 + R_2} S(p) \end{cases}$$



La fonction de transfert en boucle fermée est :

$$H_{FTBF} = \frac{A_0}{1 + \tau p} \frac{1}{1 + \frac{A_0}{1 + \tau p} \frac{R_1}{R_1 + R_2}}$$

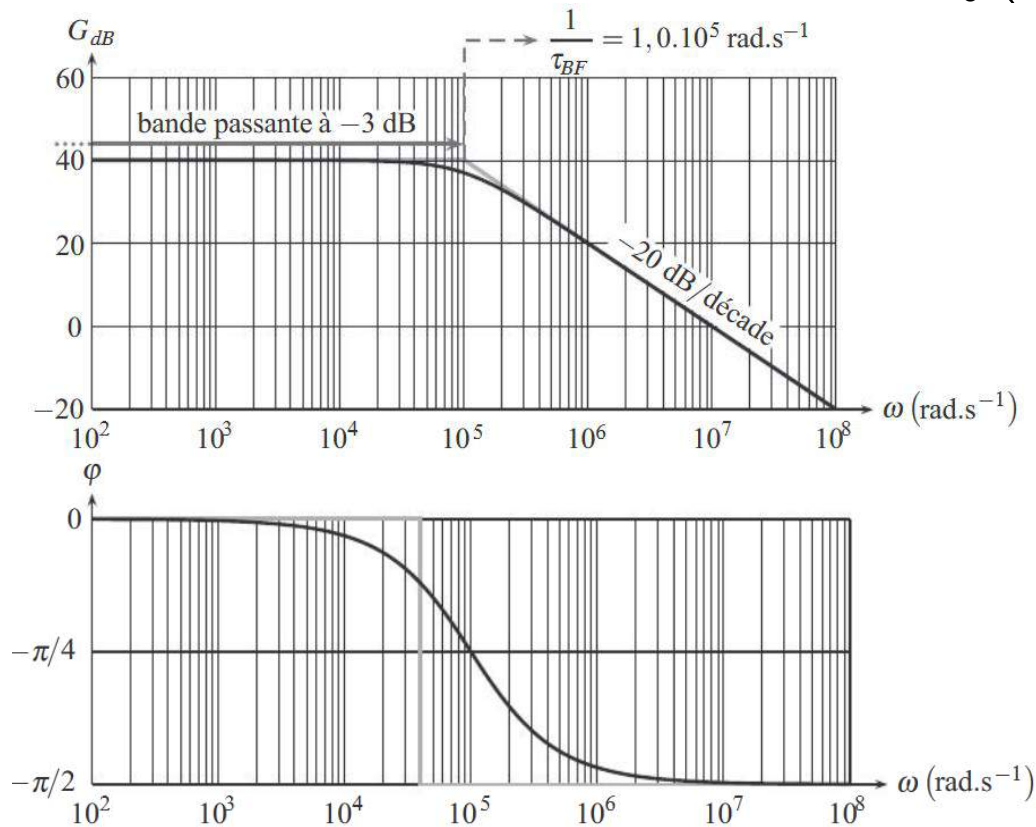


1. Rétroaction et systèmes bouclés

1.2. Comportement d'un système bouclé

Après simplifications, la FTBF s'exprime sous la forme suivante :

avec $H_0 = 1 + \frac{R_2}{R_1}$ et $\underline{H}_{FTBF} = \frac{H_0}{1 + \tau_{BF}p}$ et $\tau_{BF} = \frac{\tau}{A_0} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$



R_1	$10^3 \Omega$
R_2	$10^5 \Omega$
A_0	$2 \cdot 10^5$
τ	$1,0 \cdot 10^{-2} \text{ s}$

1. Rétroaction et systèmes bouclés

1.2. Comportement d'un système bouclé

- Remarques :
 - Le gain H_0 et le temps caractéristique τ_{BF} dépendent de R_1 et R_2 : on peut jouer sur les caractéristiques du système
 - Plus τ_{BF} est grand, plus le système est lent (et la bande passante est faible) : un système est d'autant plus rapide que sa bande passante est large.
 - Conservation du produit gain-bande passante :

$$H_0 \times \frac{1}{\tau_{BF}} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{\tau_{BF}} = A_0 \times \frac{1}{\tau}$$

Compromis entre valeur de gain et largeur de bande passante / rapidité.

1 . Rétroaction et systèmes bouclés

1.1. Nécessité d'une rétroaction

1.2. Comportement d'un système bouclé

1.3. Stabilité d'un système bouclé

1. Rétroaction et systèmes bouclés

1.3. Stabilité d'un système bouclé

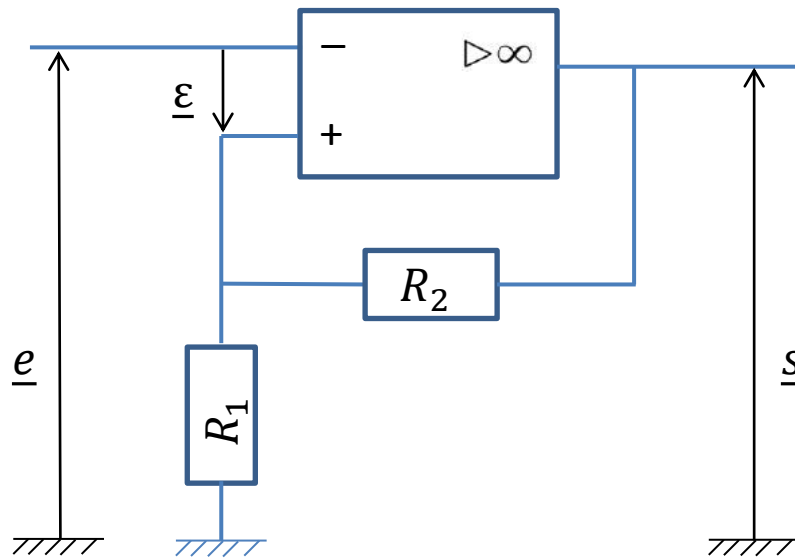
- Définition de la stabilité
Un système linéaire est stable, si et seulement si, **pour une entrée bornée, la sortie reste bornée.**
- Critère de stabilité pour les systèmes d'ordre 1 ou 2
Un système d'ordre 1 ou 2 est stable, si et seulement si, tous les **coefficients du dénominateur de la fonction de transfert sont de même signe.**
- Exemple du montage amplificateur non inverseur : système stable

$$\underline{H}_{FTBF} = \frac{H_0}{1 + \tau_{BF}p}$$

1. Rétroaction et systèmes bouclés

1.3. Stabilité d'un système bouclé

- Exemple du montage comparateur à hystérésis



$$\underline{H}_{FTBF} = \frac{\underline{A}}{1 - \underline{A}\underline{\beta}}$$

Après calculs :

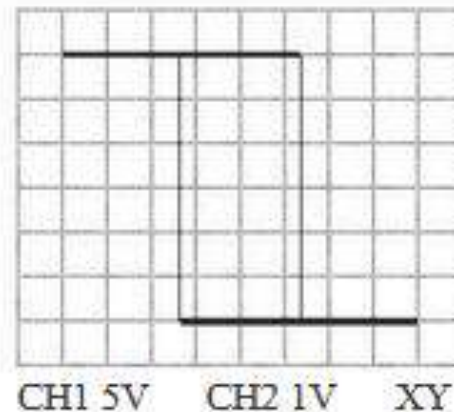
$$\underline{H}_{FTBF}(p) = \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{1 - \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{\tau}{A_0} p}$$

1. Rétroaction et systèmes bouclés

1.3. Stabilité d'un système bouclé

- Exemple du montage comparateur à hystérésis

A l'oscilloscope, on observe la sortie \underline{s} en fonction de l'entrée \underline{e} :



<http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/electro/schmitt.html>

Le montage est instable et le système n'est plus linéaire.

1 . Rétroaction et systèmes bouclés

1.1. Nécessité d'une rétroaction

1.2. Comportement d'un système bouclé

1.3. Stabilité d'un système bouclé

2 . Oscillations dans un système bouclé instable

1 . Rétroaction et systèmes bouclés

1.1. Nécessité d'une rétroaction

1.2. Comportement d'un système bouclé

1.3. Stabilité d'un système bouclé

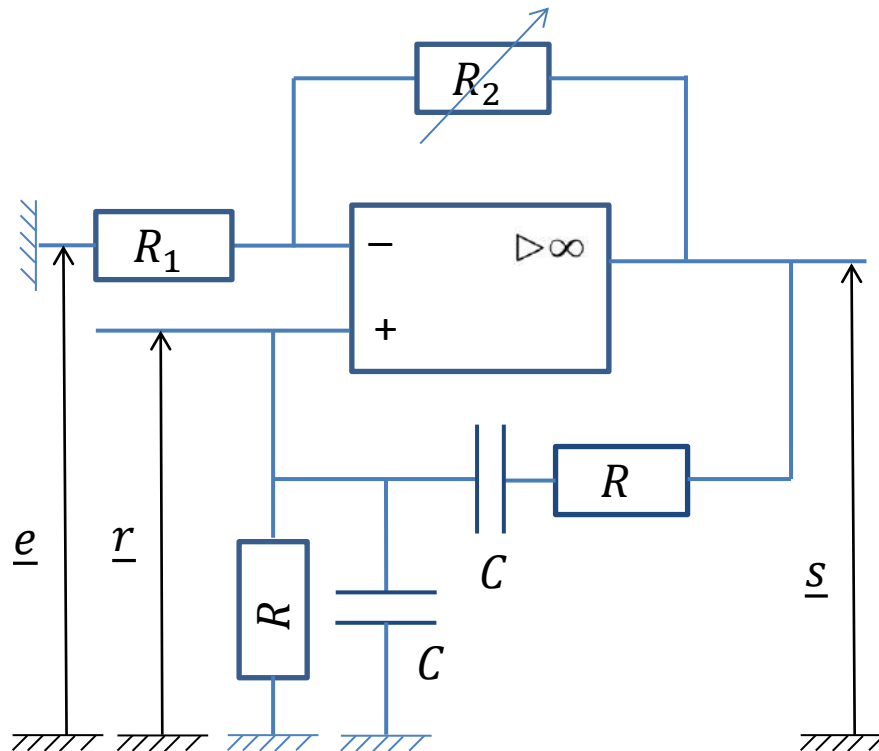
2 . Oscillations dans un système bouclé instable

2.1. Oscillateur à pont de Wien

2. Oscillations dans un système bouclé instable

2.1. Oscillateur à pont de Wien

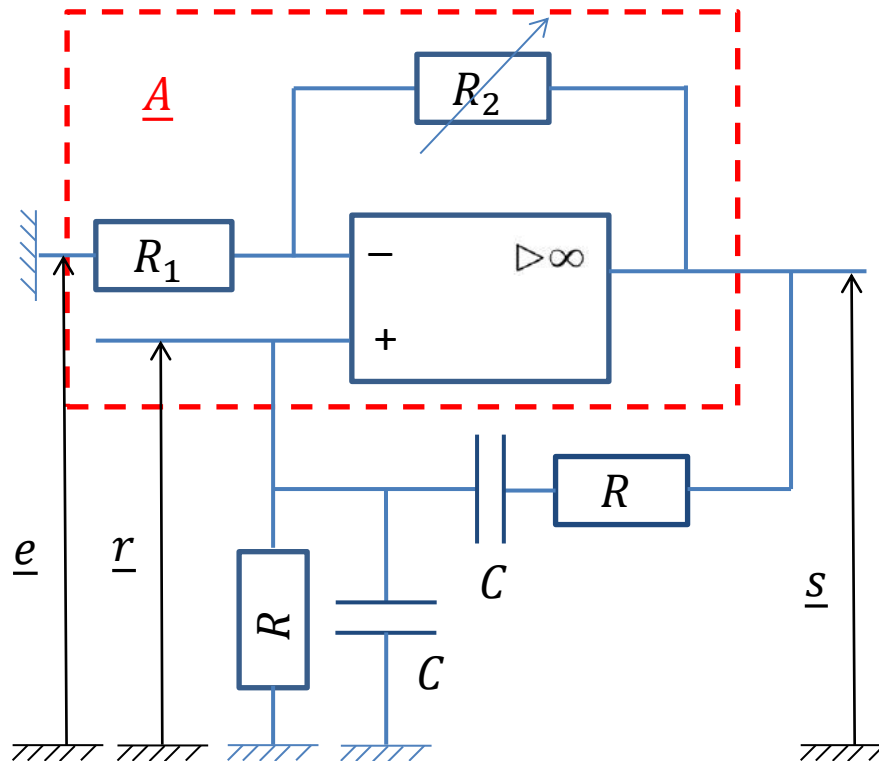
- Présentation du montage : association d'un amplificateur et d'un passe-bande



2. Oscillations dans un système bouclé instable

2.1. Oscillateur à pont de Wien

- Présentation du montage : association d'un amplificateur et d'un passe-bande

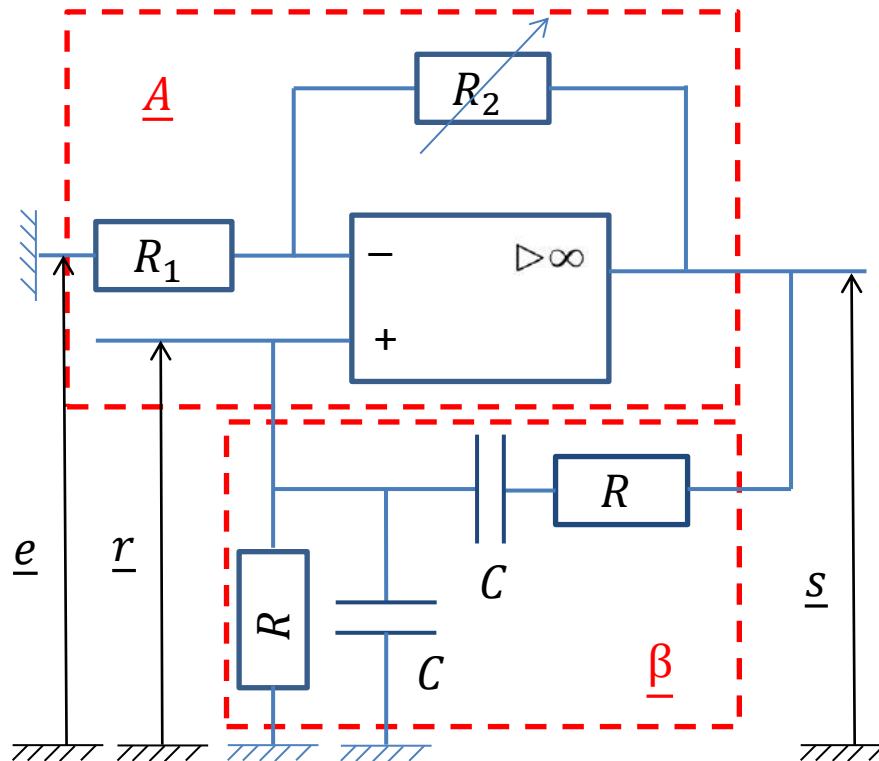


$$\underline{A} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

2. Oscillations dans un système bouclé instable

2.1. Oscillateur à pont de Wien

- Présentation du montage : association d'un amplificateur et d'un passe-bande



$$\underline{A} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$\underline{\beta} = \frac{1/3}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

avec $Q = \frac{1}{3}$ et $\omega_0 = \frac{1}{RC}$

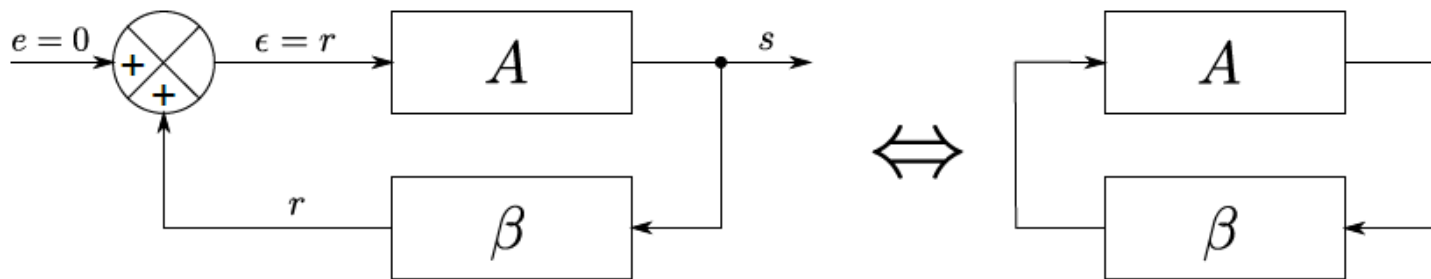
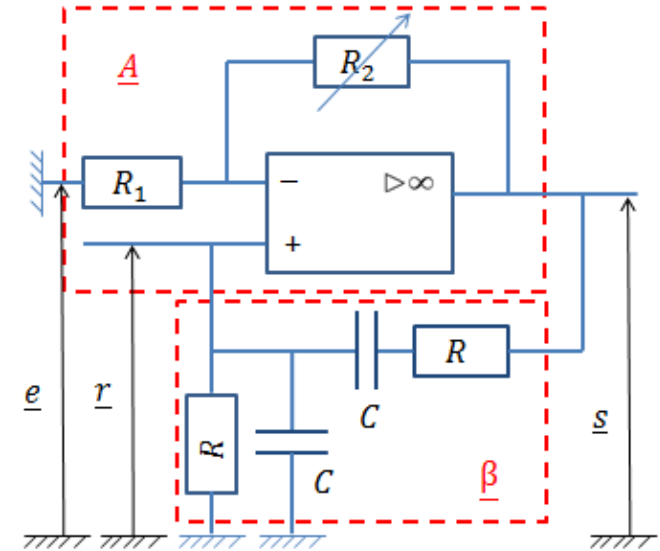
2. Oscillations dans un système bouclé instable

2.1. Oscillateur à pont de Wien

- Structure de l'oscillateur

Pas de source à l'entrée de la boucle

Le signal est engendré par le système lui-même



$$\underline{H}_{FTBF} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} = \frac{\underline{A}}{1 - \underline{A}\underline{\beta}}$$

1 . Rétroaction et systèmes bouclés

1.1. Nécessité d'une rétroaction

1.2. Comportement d'un système bouclé

1.3. Stabilité d'un système bouclé

2 . Oscillations dans un système bouclé instable

2.1. Oscillateur à pont de Wien

2.2. Condition d'auto-oscillation

2. Oscillations dans un système bouclé instable

2.2. Condition d'auto-oscillation

- Auto-oscillation : on veut avoir un signal de sortie avec un signal d'entrée nul.

$$\underline{H}_{FTBF} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} = \frac{\underline{A}}{1 - \underline{A}\underline{\beta}}$$

- **Condition de Barkhausen :**

Pour qu'un système bouclé soit auto-oscillant, il doit exister une pulsation ω_0 telle que :

$$1 - \underline{A}\underline{\beta} = 0$$

$$\text{i.e. } \left\| \underline{A}\underline{\beta} \right\| = 1 \quad \text{et} \quad \varphi_{A\beta} = \varphi_A + \varphi_\beta = 0 [2\pi]$$

Le module de la FTBO doit être égal à 1 et son déphasage nul à la pulsation ω_0

2. Oscillations dans un système bouclé instable

2.2. Condition d'auto-oscillation

- Oscillateur à pont de Wien

$$\underline{H}_{FTBO} = \underline{A}\underline{\beta} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1/3}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

Condition de Barkhausen :

Pour la phase, $\varphi_A = 0$ donc il faut $\varphi_\beta = 0$ donc on a des oscillations pour $\omega = \omega_0$

A cette pulsation, le gain de la FTBO est $G = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$.

$$G = 1 \iff R_2 = 2R_1$$



On observe des oscillations à la pulsation caractéristique du passe-bande lorsque la condition d'oscillation est assurée.

1 . Rétroaction et systèmes bouclés

1.1. Nécessité d'une rétroaction

1.2. Comportement d'un système bouclé

1.3. Stabilité d'un système bouclé

2 . Oscillations dans un système bouclé instable

2.1. Oscillateur à pont de Wien

2.2. Condition d'auto-oscillation

2.3. Caractérisation des oscillations

2. Oscillations dans un système bouclé instable

2.3. Caractérisation des oscillations

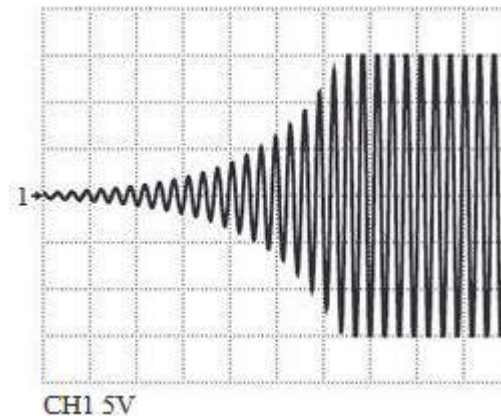
- Condition de démarrage des oscillations : le système bouclé doit être instable

$$R_2 \geq 2R_1$$

- Plus on s'éloigne de la condition d'oscillations, moins les oscillations sont harmoniques



- Amplitude des oscillations : croissance exponentielle jusqu'à saturation de l'ALI



Conclusion

- Dans cette leçon, on a étudié
 - les systèmes bouclés et leur stabilité
 - comment celle-ci est exploitée pour faire des oscillateurs
- A travers des exemples en électronique mais il en existe d'autres :
 - oscillateur à Quartz
 - oscillateurs à relaxation pour des générations de signaux
- Il existe aussi des oscillateurs non-électroniques :
 - le laser
 - en chimie, l'extracteur de Soxhlet
 - le vase de Tantale

Bibliographie

[1] Cours de Jérémy Neveu – Electronique (Montrouge)

<https://gitlab.in2p3.fr/Jeremy/Electronique/-/blob/master/Cours/electronique.pdf>

[2] Dunod, Physique tout-en-un, PSI-PSI*, Sanz et al.

[3] Poly MP27 – Systèmes bouclés

Extracteur de Soxhlet : [https://fr.wikipedia.org/wiki/Extracteur de Soxhlet](https://fr.wikipedia.org/wiki/Extracteur_de_Soxhlet)

Laser : Dunod, Physique tout-en-un, PC-PC*, Sanz et al.

Questions / Remarques

- Donner des exemples de systèmes qui ont besoin d'être bouclés dans la vie de tous les jours : régulateur de voiture (il faut asservir pour faire face à des perturbations : pente, vent), thermostat pour le chauffage d'une maison
- Exemple de la perceuse :
 - En entrée, il est marqué qu'il y a une tension de commande. En réalité, l'opérateur agit sur une gâchette. Qu'est-ce qui permet la transformation de l'un à l'autre ? Sans doute un système de rhéostat
 - Le bloc moteur représente une modélisation du moteur (une fonction de transfert) : c'est différent du moteur lui-même! (Si la tension de retour vaut la tension de commande, le signal différentiel est nul mais le moteur tourne toujours).
- Pourquoi l'ALI est modélisé par un passe-bas? Il est composé de transistors, qui eux-mêmes sont des passe-bas. Cf. cours sur les transistors. Le modèle passe-bas de l'ALI est lui-même qu'une approximation, il est notamment bien plus complexe à haute fréquence.
- Slide 18: loi des nœuds, $i^- = 0$ car l'impédance d'entrée de l'ALI est très importante (valable pour des petits signaux)

Questions / Remarques

- Pourquoi utiliser un montage amplificateur non inverseur? On perd en gain par rapport à l'ALI seul !
 - On a augmenté la bande passante
 - Il faut discuter de l'intérêt du bouclage, notamment la tenue à une perturbation
- Partie 1.3. : faire une discussion sur la phase en lien avec la stabilité des asservissements. A grande fréquence, l'entrée est sinusoïdale rapide, la fonction de transfert de la chaîne directe introduit un déphasage -> si je corrige au mauvais moment, je vais amplifier mon erreur! Pour le comparateur à hystérésis, le bouclage sur la borne non inverseuse de l'ALI introduit un déphasage de π .
- ATTENTION : le comparateur à hystérésis n'est pas un oscillateur (entrée non nulle)
- Comment interpréter le phénomène de saturation en mécanique ? Butée
- Pourquoi certains oscillateurs n'oscillent pas à la fréquence caractéristique du passe-bande ? Si l'ALI n'est pas parfait, il introduit du déphasage. La condition de Barkhausen est 'décalée' en fréquence pour corriger le déphasage.

Questions / Remarques

- De quoi dépend le temps d'établissement du régime saturé ? (slide 35) : du facteur de qualité
- Quels sont les autres critères pour un système bouclé ? Rapidité et précision (définitions données dans [1] p.81)
- Comment améliorer ces deux critères ? Avec un correcteur dans la chaîne directe pour amplifier le signal d'erreur et 'corriger plus vite et mieux'. MAIS si on amplifie trop, on se rapproche de l'instabilité... Compromis !
- En électronique haute fréquence, pourquoi utilise-t-on des petits circuits ? Pour minimiser les temps de propagation du signal (on n'est plus dans l'ARQS) et éviter d'introduire du déphasage.
- Code Python : il vient de [2], on joue sur les paramètres $rr (= \frac{R_2}{R_1})$ et $[tmin;tmax]$ ([40,50] pour voir les oscillations plus ou moins sinusoïdales; [0,50] pour voir l'évolution de l'amplitude des oscillations).