# LP17 : Rayonnement d’équilibre thermique. Corps noir.

Niveau : Licence
Pré-requis : Physique statistique, équilibre thermique/thermodynamique
Bibliographie:
Sanz. Physique tout-en-un. Dunod. (cours bien + partie III)
J.M Brébec. Hprépa -Thermodynamique
C.More. MP/MP*,PT/PT*. Tec&Doc
Faroux, Renault - Thermodynamique

**Introduction :**
Le rayonnement est un mode de transfert thermique, comme la convection ou la conduction. Dans un milieu matériel, la propagation du rayonnement est modifié par l’interaction de l’onde avec le milieu. (ex: objet en plein soleil). Ces caractéristiques nécessite d’étudier l’interaction matière-rayonnement.

## I-Rayonnement d’équilibre thermique

### 1) Position du problème

On considère une cavité fermée rempli d’un gaz de photon à la température T. L’agitation thermique des particules au sein de la surface des parois est à l’origine d’un rayonnement thermique : création d’une onde EM. (L’énergie interne du matériau convertie en énergie de rayonnement.)

*Dessin cavité*

Après un certain temps, peut-on définir un équilibre de rayonnement? Un rayonnement d’équilibre thermique respecte les conditions d’équilibre thermique et radiatif.
Equilibre thermique signifie que la température est homogène et constante notamment sur la paroi, il faut donc que la paroi soit aussi à l’équilibre radiatif afin qu’elle ne s’échauffe pas il faut que Φabsorbé=Φémis, $\Phi_R$=0=Φémis-Φabsorbé.
Le rayonnement thermique à l’équilibre régnant dans l’enceinte présente des propriétés remarquables et ne dépend que de la température.

### 2) Loi de Planck

La loi de Planck décrit la répartition spectrale d’énergie du rayonnement d’équilibre thermique décrit précédemment, soit $u_\nu$ l’énergie par unité de volume au sein de la cavité à la température T :

En 1900: $$u_\nu(\nu, T) = \frac{8.\pi.h}{c^3}\frac{\nu^3}{e^{(\frac{h\nu}{kT})}-1}$$

On reconnaît la forme de distribution de Bose-Einstein.

(Expression équivalence en $\lambda=c/\nu$ , attention cependant $u_\nu$ et $u_\lambda$ n’ont pas la même dimension.)

→ Loi universelle et indépendante du matériau de la cavité, dépend uniquement de la température.

Historiquement, Planck l'a obtenue de manière phénoménologique et a permis de bien reproduire les résultats expérimentaux. On voit l'apparition dans la formule du quanta d'énergie E=h. $\nu$ . Ce fut la 1ère formulation du quantum d'énergie = notion de photon (que Planck ne pensais pas → juste formulation mathématique). → C'est alors le début de la physique quantique.

- <u>Approximation de Rayleigh-Jeans</u>

Pour les grandes longueurs d'ondes λ>> hc/kT, exp(hc/λkT) ≈ 1+hc/λkT

On retrouve la loi de Rayleigh Jeans : uλ= $\frac{8.\pi.k.T}{\lambda^4}$

On voit ici que la notion de quanta d'énergie n'apparaît pas. (On a fait ici l'inversement du raisonnement historique).

(*<u>A savoir</u>* : historiquement, la cavité est représenté comme un ensemble d'oscillateurs harmonique et l'énergie moyenne à T est k.T et ce quelque soit la fréquence de l'oscillateur → mécanique classique).

→ C'est ce qu'on a appelé la catastrophe ultraviolette car $u_\lambda$ diverge vers l'infini, cela signifierait que l'énergie volumique dans la cavité est infini.

- <u>Approximation de Wien</u>

On retrouve pour des faibles longueurs d'ondes : λ << hc/kT

uλ = $\frac{8.\pi.h.c}{\lambda^5} e^{-\frac{h.c}{k.T.\lambda}}$

On retrouve la loi de Wien trouvé expérimentalement mais qui faussait pour les grandes λ.

→ Ces 2 lois qui sont des conséquences de la loi de Planck, mais trouvées avant.

### 3) Loi du déplacement de Wien

Les courbes $u_\lambda(\lambda)$ à T fixé présente toutes un maximum pour une certaine longueur d'onde $\lambda_{max}$.

$\left(\frac{\partial u_\lambda}{\partial \lambda}\right)_T$ = 0 avec uλ = $\frac{8.\pi.h.c}{\lambda^5} \frac{1}{e^{(\frac{hc}{\lambda kT})}-1}$

⇔ $e^y$ -1 =(y/5).$e^y$ avec y=hc/λkT

($e^y$ -1).(5/y).$e^{-y}$= 0 → résolution numérique ( pas de solution analytique) y=4.965

soit y=hc/kT$\lambda_{max}$ = 4.965

$\lambda_{max}$.T=h.c/k.4.965 = 2.898.$10^{-3}$ m.K

On remarque que h.c/k.4.965 est une constante universelle car elle est uniquement liée aux constantes universelles h,c,k.

→ Calcul de 2 points en liant avec graphe précédent :
Soleil → T ≈ 5900K → λ ≈ 500 nm
Lampe incandescente → T ≈ 3000K → λ ≈ 966 nm
Terre surface → T ≈ 290 K → λ ≈ 10 µm (IR lointain)

On remarque que les rayonnements les plus énergétique ( $\lambda_{max}$ le plus petit) correspondent bien à température élevée. De plus 98% de la densité spectrale se situe entre [ $\lambda_{max}/2$ et 8 $\lambda_{max}$], au delà elle est negl.

4) **Loi de Stefan**

Flux total du rayonnement d'équilibre thermique.
On a le flux surface incident sur une paroi : $\varphi_\lambda$= c/4. $u_\lambda$ (excitante spectrale)
(pour trouver ça, on regarde l'énergie contenue dans un cylindre avec un angle theta de longueur c dt et on intègre dans le demi espace).

On peut alors déterminer le flux total surfacique incident :

$$\varphi(T)=\int_0^\infty \frac{2.\pi.h.c^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{(\frac{hc}{\lambda kT})}-1}d\lambda$$

on pose x=hc/λkT, dx=(hc/λ²kT).dλ

$$\varphi(T)=\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x-1}dx = \frac{\pi^4}{15}$$

On a $\varphi(T)=\frac{2.\pi^5.k^4}{15.c^2.h^3}T^4=\sigma.T^4$

avec σ=5.67.10-8 W.m-2.K-4 : la constante de Stefan (constante universelle) → Loi valable uniquement si il y a bien un rayonnement d'équilibre thermique.

## II - Modèle du corps noir

Réalisons une petite ouverture sur la cavité précédemment décrite sur laquelle on envoie un rayonnement quelconque. L'ouverture absorbe totalement le rayon incident → Corps noir = ouverture.

Un corps noir absorbe l'intégralité du rayonnement incident qu'il reçoit, quelque soit la direction et quelque soit λ et il renvoie un rayonnement associé à sa température, suivant la loi de Planck de sorte que Φabsorbé=Φémis, afin de respecter ΦR=0.

**A retenir** : Il absorbe intégralement et réémet en conséquence intégralement un rayonnement de Planck.

Le rayonnement émis par un corps noir à l'équilibre radiatif et thermique est égal au rayonnement d'équilibre thermique. Les lois énoncé précédemment s'applique au corps noir.

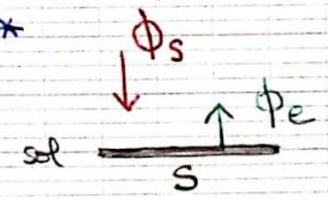
Et ceci fonctionne quelque soit ‘l'ouverture, imaginons une lame semi-réflechissant (50%) alors l’ouverture absorbe 50% du rayonnement incident et réémet 50% du rayonnement du corps noir → Corps gris.

- Pourquoi “corps noir”? pour $T=300K$ → $\lambda=9.62\mu m$ (IR lointain) → objet noir à l’oeil nu.
- Corps noir )= corps idéal. Aucun corps n'absorbe intégralement pour toutes les longueurs d’ondes. Exemple : le verre est un corps noir vis à vis des rayonnement IR à $T=300K$ mais pas dans le visible (origine de l’utilisation de plaques de verres pour les serres).

# III - Application : Effet de serre

## III - Application : EFFET DE SERRE

- Effet de serre d'une vitre idéale

* 


sol = C.N
$\Phi_S$ ($W.m^{-2}$)
↳ rayonnement solaire

$P_{reçu} = \Phi_S . S$ $\qquad$ $P_{émis} = \sigma T_{sol}^4 S$

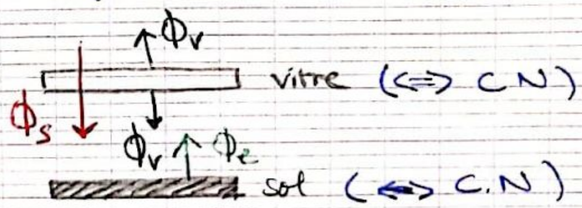
À l'équilibre thermique : $P_{reçu} = P_{émis}$

$$T_0 = \left(\frac{\Phi_S}{\sigma}\right)^{1/4}$$

A.N : Pour un bon ensoleillement $\Phi_S \simeq 1\,kW.m^{-2}$
↳ $T_0 \simeq 90°C$.

(Valeur très élevé, mais calcul sans atmosphère, mais c'est ce qui se passe sur la surface éclairée de la lune.)

* On place une vitre totalement transparente au rayonnement solaire (domaine visible) et totalement absorbante au rayonnement émis par le sol (domaine IR lointain).




Corps à l'éq. thermique :

Pour le sol $\quad \Phi_S + \sigma T_V^4 = \sigma T_{sol}^4$

Pour la vitre $\quad \sigma T_{sol}^4 = 2\sigma T_V^4$

↳ $\Phi_S = \sigma T_V^4$

↳ $T_{sol} = \left(\frac{2\Phi_S}{\sigma}\right)^{1/4} \simeq 160°C$

↳ 1,2 fois plus grande

⇓

EFFET DE SERRE

* Température d'équilibre de la terre




SANS ATMOSPHÈRE :

T surface de la Terre résulte d'un équilibre entre l'énergie rayonnante qu'elle reçoit du soleil et ce qu'elle même rayonne.

Puissance totale rayonnée par le Soleil :

$$\mathcal{P}_S = 4\pi R_S^2 \sigma T_S^4 = 4.10^{26}\ W$$

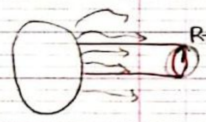
($R_S = 7{,}0.10^5$ km, $T_S = 5{,}8.10^3$ K).

↳ émit dans toutes les directions, la puissance surface au niveau de la Terre.

$$\mathcal{P}_{surface} = \frac{\mathcal{P}_S}{4\pi d_{TS}^2} \quad \text{avec } d_{TS} = 1{,}5.10^{11}\ m$$

On suppose tous les rayons // entre eux (au vu de la distance $d_{ST}$ OK)

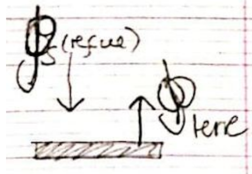
la Terre reçoit :




$$\mathcal{P}_{reçue} = \underbrace{\pi . R_T^2}_{\text{surface disque}} . \mathcal{P}_{surface}$$

$$\mathcal{P}_{reçue} = \frac{4\pi R_S^2 \sigma T_S^4 . \pi R_T^2}{4\pi d_{TS}^2}$$

$$= \sigma T_S^4 \pi \frac{R_S^2 R_T^2}{d_{TS}^2} = 1{,}8.10^{17}\ W$$




De plus, la Terre réfléchit une partie de l'E solaire (c'est l'albedo A).

Donc la terre absorbe (1-A) de $\mathcal{P}_{reçue}$ et réémet $\mathcal{P}_{terre} = \sigma T_{sol}^4\, 4\pi R_T^2$

$$(1-A)\mathcal{P}_{reçue} = \mathcal{P}_{émis} \quad \text{à l'éq. th.}$$

$\langle A \rangle = 0{,}31 \Rightarrow T_{sol} \simeq -18°C$

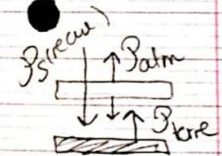
↳ valeur très faible, il faut prendre en compte l'atmosphère.

AVEC ATMOSPHÈRE :

↳ assimilable à une couche sphérique de même centre de la Terre d'épaisseur $e \simeq 30\,km \ll R_T$.
(donc $S_{Terre} \simeq S_{atm.}$)

$\lambda_{max}$ soleil = 500 nm (loi de Wien).
$\lambda_{max}$ Terre = 10 µm ($T = 300K$)

↳ Hyp : • atmosphère laisse passer une très grande partie du rayonnem$^t$ solaire ⇒ on suppose qu'elle transmet intégralement.
• atmosphère absorbe totalement le rayonnem$^t$ de la terre (dû à l'eau qui absorbe les rayonnem$^t$ de l'ordre de 10 µm).
• A(Terre) ≅ A(Terre + Atm)




Bilans énergétiques :
{Terre + atm} ⇒ $(1-A)P_{S\,reçue} = \sigma 4\pi R_T^2 T_{atm}^4$
{Terre} ⇒ $(1-A)P_{S\,reçue} + \sigma T_{atm}^4 4\pi R_T^2 = \sigma T_{sol}^4 4\pi R_T^2$
Résolut°
↳ $T_{atm} = 255K = -18°C$
$T_{sol} = 2^{1/4}\, T_{atm} = 303K = 30°C$
↳ Tp élevée.

⚠ Correction - Amélioration du modèle
→ Atmosphère pas totalem$^t$ transparente face au rayonnem$^t$ solaire : ozone stratosphérique absorbe le rayonnement UV (une partie) et l'eau du rayonnem$^t$ IR
↳ on suppose que l'atmosphère absorbe $\alpha = 0{,}33$ du rayonnem$^t$ solaire.

Bilan Énergétique

$\{Terre + atm\} \Rightarrow (1-A)P_{reçue} = \sigma 4\pi R_T^2 T_{atm}^4$

$\{Terre\} \Rightarrow (1-A)(1-\alpha)P_{reçue} + \sigma T_{atm}^4 4\pi R_T^2 = \sigma T_{sol}^4 4\pi R_T^2$

↳ $T_{sol} = 290K = 17°C$ ⇒ Satisfaisant.

→ Autres améliorations possibles:

- Atmosphère pas totalem^t^ opaque au rayonnem^t^ terrestre.
- surface de la Terre ne fait pas qu'émettre du rayonnem^t^, une partie de l'énergie reçue sert à l'évaporation des océans.

Modèle simple mais permet de comprendre ce qu'il se passe, et donne ODG de $T_{sol}$ correct.

**Conclusion:**

Importance considérable de la notion de rayonnement d'équilibre thermique.

→ Pratique : nombreuses applications (Vase de Dewar, surfaces réfléchissantes argentées pour limiter les pertes du au rayonnement et le chauffage par absorption, cheminée…)

→ Compréhension à permis de poser les fondements de la mécanique quantique et statistique quantique.

**Remarques:**

-Discuter plus si possible de l'aspect historique : loi de Wien, loi de RJ.

-Connaître démonstration loi de Planck ( NgoNgo - p.191)

-Approximation de RJ : avoir une idée de la démonstration historique.

-Démonstration loi de Stefan avec $L=L_0\cos(\theta)$ *(Cf cours Crassous)*

-Connaitre fonctionnement pyromètre à disparition de filament.

http://www.chimix.com/an10/cap10/caplp11.html