

Leçon n°10 : Phénomènes interfaciaux impliquant des fluides

Niveau : Licence

Prérequis : - Mécanique des fluides - Mécanique

Bibliographie :

- Hydrodynamique physique, Etienne Guyon
- LP n°10 : PHENOMENES INTERFACIAUX IMPLIQUANT LES FLUIDES, Kevin NUCKHIR, (<https://martinbourhis.monsite-orange.fr/file/09745275406509ee3a683567ccb26db3.pdf>)
- Cours de Mécanique de fluides : Tension superficielle, Femto Physique, (https://femto-physique.fr/mecanique_des_fluides/pdf/tension_superficielle.pdf)
- Mécanique des fluides, Sakir Amiroudine (Dunod)

Introduction :

Nous sommes confrontés au quotidien à des manifestations de phénomènes interfaciaux impliquant des fluides, et ce dès qu'il s'agit de la formation de bulles ou de gouttes. Les interfaces entre un liquide et un autre corps, gaz, liquide ou solide, jouent un rôle très important dans l'équilibre et l'écoulement de films ou de nappes fluides. Cette leçon vise à apporter une partie des solutions qui pourront permettre de répondre à des questions tel que comment le gerris fait-il pour marcher sur l'eau ? Ou encore pourquoi le trombone ne coule pas ?

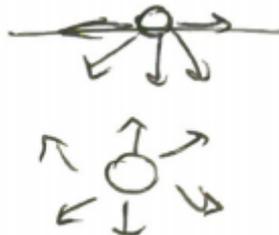
I. Tension superficielle

1. Mise en évidence (aspect macroscopique)

Expérience 1 : trombone sur l'eau

2. Origine physique (aspect microscopique) et notation

Cette figure représente les interactions moléculaires d'une molécule dans un fluide et à son interface.



On peut remarquer que lorsque la molécule est totalement immergée dans le liquide, cette dernière est en interaction dans toutes les directions du repère. En revanche, lorsque la molécule s'approche de la surface libre, il y a alors un déséquilibre la molécule subit une attraction vers l'intérieur du fluide, c'est la tension superficielle.

La tension superficielle est associée aux forces de cohésion internes qui s'exercent entre les molécules d'un fluide :

- Forces de van der Waals
- Liaisons hydrogène
- Liaisons ioniques
- Liaisons métalliques

Dans un fluide, les forces sont équilibrées. Si l'on introduit une interface, par exemple avec le vide, les forces exercées dans sa direction ne sont plus équilibrées : c'est l'origine de l'énergie superficielle.

Pour exprimer ce défaut d'énergie, on étudie une grandeur normalisée, afin de pouvoir s'affranchir des formes de surface rencontrées (analogie avec la conductivité $\sigma = G/S$).

Ici, nous n'étudions pas l'énergie E mais le rapport : $\gamma = E/S$ $E = \gamma S$

Avec $\gamma \equiv$ tension superficielle [J.m⁻²]

On peut trouver une définition de γ :

$\gamma \equiv$ énergie qu'il faut fournir pour augmenter la surface d'1 m² .

Nous verrons que γ représente aussi une force par unité de longueur [N/m].

La valeur de la tension superficielle sera très variable suivant la nature des forces qui s'exercent entre les atomes ou les molécules.

Ordre de grandeur de la tension superficielle

	Métaux liquide	Liquides Organiques	Sels fondus	Eau	Huiles silicones	Verre fondu
γ (N/m)	7.10 ⁻² à 2,5	50.10 ⁻³	10 ⁻¹	70.10 ⁻³	20.10 ⁻³	10 ⁻¹

Elevé pour les métaux car énergies liaisons métalliques >> énergie vdW. (Eau liaisons hydrogènes (peu énergétiques), Mercure (liaisons métalliques, très énergétiques))

Plus les interactions attractives sont fortes, plus γ augmente.

La tension superficielle définie précédemment concerne une interface entre un corps et le vide. Dans le cas du contact entre deux corps, l'énergie de surface de chacun des corps est modifiée par la présence de l'autre et l'on parle de *tension interfaciale*. Elle dépend de la tension superficielle de chacun des deux composés, ainsi que de l'énergie d'interaction entre les deux composés. On la note γ_{AB} pour bien indiquer les deux corps en présences.

Tension de surface (interfaciale) de quelques liquides à 20°C.

Liquide	Surface du liquide	γ (N/m)
Eau	Air	0,073
Mercure	Air	0,476
Mercure	Eau	0,373
Alcool méthylique	Air	0,023

3. Travail et énergie de surface

Expérience 2 : bulle dans un carré en fil de fer avec une partie mobile.

(<https://www.youtube.com/watch?v=DZOB5GVAXJg> (1:20))

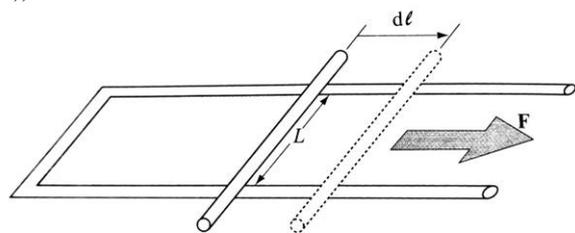
Un film de liquide est supporté par un cadre rectangulaire dont l'un des côtés est mobiles.

Si nous laissons ce côté libre, on constate qu'il se déplace de façon à diminuer la surface du film.

Pour le maintenir en place, il est nécessaire d'exercer une force F qui est proportionnelle à la longueur L du côté libre. Pour accroître la surface du film d'une quantité $dS = L.dl$, il faut fournir une énergie dW qui correspond au travail de la force F et s'exprime par :

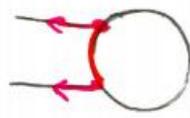
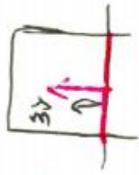
$$dW = F.dl = 2\gamma L.dl = 2\gamma dS$$

γ coefficient de tension superficielle ; le facteur 2 traduit que le film est constitué de deux interfaces liquide-air.



On connaît la variation d'énergie. On connaît le travail, on va chercher la force qui se situe à l'interface.

On connaît le travail, cherche la force.



ds le plan de l'interface
 \hookrightarrow : frontière 2D entre ce qui
 subit et ce qui agit.

\mathcal{L} : intersect entre la frontière S et l'interface liquide-air
 $\vec{n} \perp \mathcal{L}$ ds le plan de l'interface.

$$\delta W = \Delta E_{\text{int}} = dS \gamma \mathcal{L}$$

$$dS = \mathcal{L} d\ell$$

$$= \vec{F}_{\text{interface}} \cdot d\vec{\ell} = F d\ell = \mathcal{L} \gamma \mathcal{L} d\ell$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{\text{interface}} = \mathcal{L} \gamma \vec{n}$$

On a supposé l'orientation avec l'exp. nsh

Les phénomènes de tension superficielle ont pour effet de minimiser l'aire de l'interface, compte tenu des contraintes imposées par ailleurs au système (gravité, pression, ...).

En particulier, en l'absence de gravité, une goutte prend une forme sphérique car celle-ci assure une surface minimale pour un volume donné.

Quand la S croît, E libre croît aussi. Or une évolution spontanée \rightarrow diminution de E , alors S diminue car à T cst et γ est constant. (Force à courte portée ne dépend pas du volume).

4. Variation de la tension superficielle

- Température

On constate aussi une dépendance de γ en fonction de la température :

$$\gamma_{\text{eau}} (T=25^\circ\text{C}) \approx 72 \text{ mJ.m}^{-2}$$

$$\gamma_{\text{eau}} (T=100^\circ\text{C}) \approx 58 \text{ mJ.m}^{-2}$$

Un écart de 10°C de la température fait fluctuer γ_{eau} de 3% en moyenne.

Quand T augmente alors γ diminue car la cohésion interne du liquide diminue.

Pour des variations modérées de température, on peut utiliser une dépendance linéaire.

- Surfactant

Expérience 4 : trombone sur l'eau + liquide vaisselle

La présence d'un composé tiers au niveau de l'interface entre deux fluides peut conduire à la diminution de la tension superficielle. \rightarrow Tensioactif

Explication qualitative : Un surfactant, acide gras \rightarrow tête polaire hydrophile et d'une longue queue apolaire hydrophobe.

Composés amphiphiles.

Cette interposition des molécules de surfactant entre les deux fluides diminue les interactions directes entre leurs molécules \rightarrow stabilise l'interface \rightarrow diminue la tension interfaciale.

Micelle dessin !

5. Loi de Laplace

δ fermé à l'équilibre mécanique :
 $\Sigma \vec{F} = 0$
 Résultante de P_2 sur toute la boîte $\rightarrow 0$
 Résultante de $P_1 - P_2 = \pi R^2 \vec{e}_z (P_1 - P_2)$
 $\vec{F}_{tension} = \int_0^{2\pi} \frac{R d\theta}{d\ell} \left(-\vec{e}_z \right) \gamma = -\vec{e}_z 2\pi R \gamma$

Vu de dessus de \vec{n}

On égalise la force de tension et la résultante des forces de pression (car somme des forces nulles)

\rightarrow On aboutit alors à l'équation de Laplace : $\delta p = (p_1 - p_2) = \frac{2\gamma}{R}$

Généralisation :

\times Courbures : Théorème
 Définition :
 On prend une surface S de normale \vec{n} au point M
 On prend 2 plans \perp dt l'intersection est selon \vec{n}
 P_1 et P_2
 l'intersection de P_1 avec S a un rayon R_1 en M .
 P_2 R_2

\perp plans \perp
 Théorème : $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ ne dépend pas du choix de l'orientation m
 du 1^{er} plan

Les valeurs max et min sont détournées pour 2 plans perpendiculaires et sont les rayons de courbures.



⚠ ne dp pas du volume !

La loi de Laplace pour une surface quelconque s'écrit : $\Delta p = (p_1 - p_2) = \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$

Dans le cas d'une double lame, la relation devient : $\Delta p = (p_1 - p_2) = 2\gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$

Et dans le cas d'une sphère, $R_1 = R_2 = R$ on a : $\Delta p = \frac{4\gamma}{R}$, relation pour une bulle.

Dans le cas d'une bulle de savon, deux interfaces eau savonneuse-air et chacune donne une contribution égale à $2\gamma/R$.

II. Contact à trois phases : Mouillage

1. Définition

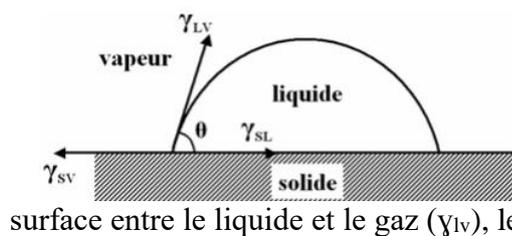
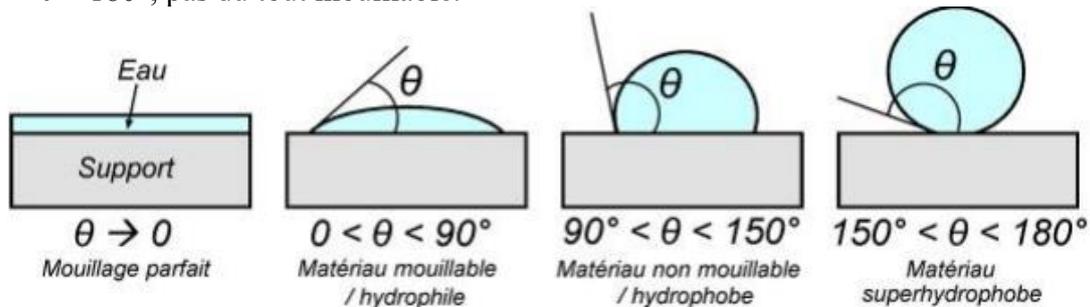
Lorsque l'on dispose une goutte d'eau sur une plaque en téflon puis sur une plaque en verre, on constate que la goutte ne s'étale pas du tout de la même façon.

On appelle ce phénomène la *mouillabilité* d'une surface solide par un fluide.

On définit θ l'*angle de contact* (ou angle de mouillabilité).

On distingue alors deux cas de configurations extrêmes :

- $\theta = 0^\circ$, complètement mouillable.
- $\theta = 180^\circ$, pas du tout mouillable.



La ligne de raccordement caractérise le périmètre de la surface de contact entre le fluide et le solide → Coexistence des trois phases : liquide (l), solide (s) et gaz (g).

L'équilibre de la goutte déposée sur le substrat solide est donc une résultante des tensions de surface entre le liquide et le gaz (γ_{lv}), le liquide et le solide (γ_{sl}) et le gaz et le solide (γ_{sv}).

En nous référant au résultat obtenu pour le film de savon, nous voyons alors que pour maintenir chaque élément de longueur de la ligne de raccordement à la valeur constante dl il faudra que la somme de trois efforts, correspondant aux tensions superficielles, soit nulle.

A l'équilibre : $\gamma_{sv} dl + \gamma_{lv} dl + \gamma_{sl} dl = 0$

En projetant dl sur le plan de la surface solide, condition de *Young* :

$$\gamma_{sv} = \gamma_{sl} + \gamma_{lv} \cos \theta$$

2. Facteur qui influence

- Nature du substrat :

On peut classer les surfaces en 2 catégories de nature :

- Les surfaces de haute énergie la plupart des liquides qui s'étalent complètement (ionique, covalente, métallique) → verre, oxyde métallique, Silice
- Les surfaces de basse énergie (VdW, ...) → téflon, polymère, paraffine

Expérience : Gouttes sur différents supports exemple téflon et verre

- Rugosité :

Deux catégories :

- Surfaces lisses
- Surfaces rugueuses

On peut le démontrer mais on va admettre qu'en fonction de l'angle de contact la rugosité peut favoriser ou défavoriser le mouillage.

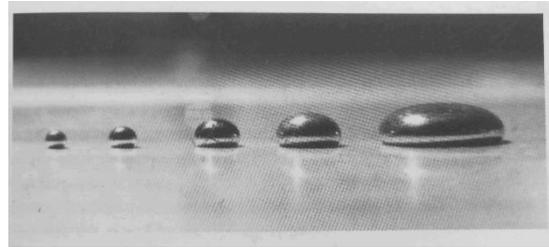
On peut rendre une surface hydrophile → hydrophobe (Traitement des parebrises pour éviter la formation d'un film d'eau sur la vitre)

Et une surface hydrophobe → hydrophile (Plastiques de recouvrement des serres (éviter la formation de gouttes de rosée qui diffusent la lumière)).

III. Tension superficielle et gravité : Compétition capillarité-gravité

1. Forme des gouttes, nombre de Bond

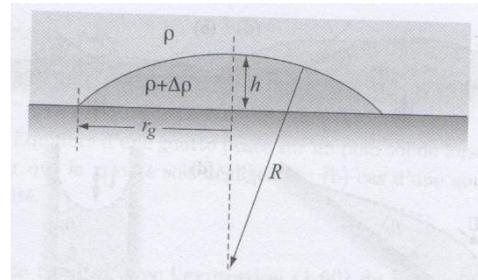
Les effets de capillarité, qui sont directement liés à la courbure des interfaces, sont importants lorsque l'on s'intéresse à des phénomènes aux petites échelles de longueur. Pour des objets de grande taille, ils sont masqués par l'influence des forces en volume, comme la gravité.



Estimons pour une goutte posée sur une surface plane l'ordre de grandeur relatif des différences de pression capillaires et hydrostatiques.

Pour plus de généralités, on considère une goutte d'un fluide de densité $\rho + \Delta\rho$ entourée d'un fluide de densité ρ .

La différence de pression capillaire et la différence de pression hydrostatique sur la hauteur h de la goutte sont respectivement :



$$\Delta p_{cap} = \frac{2\gamma}{R} \text{ et } \Delta p_{grav} = \Delta\rho gh.$$

Par ailleurs, si la goutte n'est pas trop déformée par rapport à une calotte sphérique, le rayon de gravité r_g de la ligne de contact s'écrit : $r_g^2 = 2Rh$.

On peut donc caractériser l'importance relative des effets de la gravité et de ceux de capillarité par le rapport des différences de pression correspondantes, soit :

$$Bo = \frac{\Delta\rho gh}{\frac{2\gamma}{R}} \approx \frac{\Delta\rho g r_g^2}{\gamma}$$

Ce rapport est appelé *nombre de Bond*.

- $Bo > 1$ → effets de gravité dominants ceux de tension superficielle.
- $Bo < 1$ → prédominance des effets capillaires.
- $Bo = 1$ permet de définir une longueur caractéristique l_c appelé *longueur capillaire*.

Elle s'écrit $l_c = \sqrt{\frac{\gamma}{\Delta\rho g}}$

	Ordre de grandeur de l_c
Métaux liquides	2 à 5 mm
Eau	3 mm
Verre fondu	5 mm
Huiles silicones	1 mm
Sels fondus	2 à 3 mm
Liquides organiques	1 à 3 mm

Pour déterminer l'importance relative de la tension superficielle pour un écoulement donné, **on compare l_c à ses dimensions caractéristiques.**

Pour une goutte on compare son rayon à la longueur capillaire.

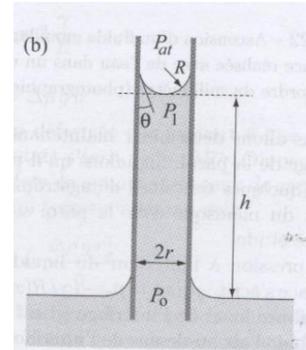
2. Ascension capillaire

Nous allons déterminer maintenant la hauteur d'ascension du liquide sur une paroi. Signalons qu'il peut exister un film microscopique très mince (quelques centaines d'ångströms d'épaisseur) au-dessus de la ligne de contact du ménisque avec la paroi solide. Nous négligeons ce film dans la présente étude.

- Dans un tube : La loi de Jurin

Cette loi permet de calculer l'ordre de grandeur de la hauteur s'ascension du liquide dans un capillaire.

A l'équilibre liquide est soumis à son poids ($\pi r^2 h g \rho$) et différence de pression au niveau de l'interface.



Hypothèses :

- Interface sphérique de rayon R

- $P_1 = (P_{at} - \frac{2\gamma}{R})$ juste au-dessous de l'interface

- $r = R \cos \theta$

Pour la différence de pression de part et d'autre de l'interface, on a donc :

$$\Delta p = P_{at} - P_1 = \frac{2\gamma \cos \theta}{r},$$

La pression P_1 vaut également $P_{at} - \rho g h$.

En substituant cette expression de P_1 dans la relation trouvée, on obtient :

$$h = \frac{2\gamma \cos \theta}{\rho g r} = 2 \frac{l_c^2}{r} \cos \theta.$$

C'est la *loi de Jurin*.

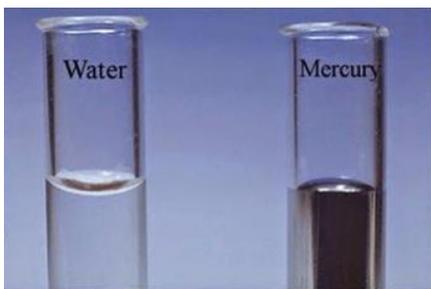
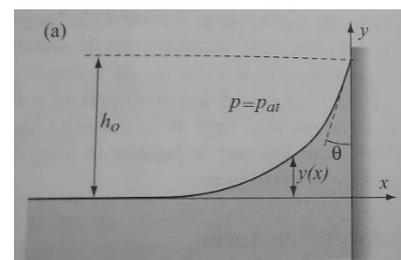
Si $r \ll h$ alors $h_0 \ll h$

App : Pour l'eau dans un capillaire de $r = 0,5 \text{ mm} \Rightarrow h = 20 \text{ mm} \gg l_c$ ($l_c = 3 \text{ mm}$). ($\cos \theta = 0,6$)

Pour un fluide non mouillant (angle de contact $\theta > 90^\circ$), la formule trouvée reste valable en donnant une valeur de h négative correspondant à un abaissement du niveau de l'interface dans le tube.

On définit la *hauteur d'ascension capillaire* le long de la paroi par :

$$h_0^2 = 2l_c^2(1 - \sin \theta_0).$$



Cette hauteur d'ascension est donc bien de **l'ordre de grandeur de la longueur capillaire**, cas fluide mouillant ($\theta_0 < 90^\circ$).

Cas fluide non mouillant comme le mercure ($\theta_0 > 90^\circ$), l'interface descend au voisinage de la paroi au lieu de remonter et h_0 représente la hauteur dont descend le liquide le long de la paroi, au-dessous de sa surface libre loin de la paroi.

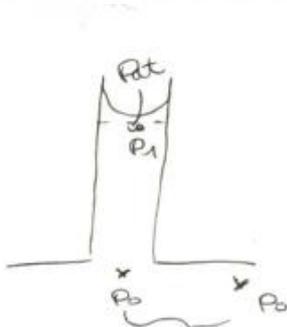
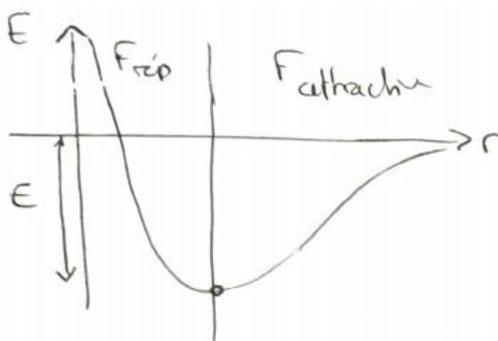
Conclusion :

A travers cette leçon, on a pu traiter l'origine de la tension superficielle qui est la cause de beaucoup de phénomène physique. Nous avons également vu les différentes lois qui régissent la tension superficielle comme la loi de Laplace et la loi de Jurin. Ainsi que la compétition entre la gravité et la capillarité que l'on peut quantifier avec le nombre de Bond.

Enfin, nous avons pu voir d'étonnants phénomènes, assez contre-intuitifs, s'expliquant par l'existence de cette tension de surface. C'est elle en outre qui permet au gerris de se déplacer sur l'eau sans couler, les nénuphars sont pourvus d'une forte rugosité à l'échelle nanométrique cela explique en partie l'effet lotus. L'utilisation de surfactants est employée en médecine, notamment pour prévenir les nourrissons de la maladie des membranes hyalines.

Notes :

Energie potentielle en fonction du rayon de la goutte.



$$P_0 - P_1 = \rho g h$$
$$\Delta P = (P_0 - P_1)$$
$$= \frac{2\sigma}{R}$$
$$\rho g h = \frac{2\sigma}{R}$$

$\Delta P = 0$: aucune bulle

Loi de l'hydrostatique - rappé :

$\Delta P = \rho g h$ entre 2 points

que les points d'un même

liquide au repos s'ils

sont connectés par un chemin

qui ne soit pas du liquide

Démonstration de la loi de Laplace avec le Théorème des travaux virtuel :

On considère toujours la bulle sphérique de rayon R . Le travail (énergie) est : $W = \gamma A = \gamma 4\pi R^2$

Supposons que pour une raison quelconque, le rayon de la goutte augmente de la quantité $\delta R (= 2R\delta R)$: le travail est alors augmenté de :

$$\delta W = \gamma \delta A = \gamma 8\pi R \delta R$$

L'expansion de la goutte conduit à une variation de la pression du fluide dans la goutte d'une quantité δp et dont le travail est $\delta W_p =$

$$\delta p \delta V \text{ (suppose que } p_2 = \text{ constante).}$$

La goutte étant à l'équilibre, le travail des forces de pression doit être exactement égal au travail d'expansion de la goutte : $-\delta W_p = \delta W$

$$\text{Soit : } \delta p 4\pi R^2 \delta R = \gamma 8\pi R \delta R$$

$$\text{On aboutit alors à l'équation de Laplace : } \delta p = (p_1 - p_2) = \frac{2\gamma}{R}$$

