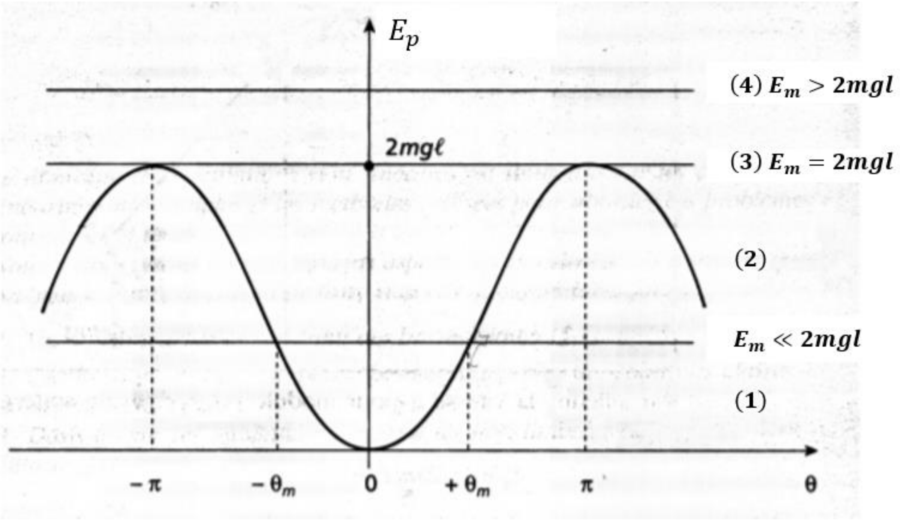
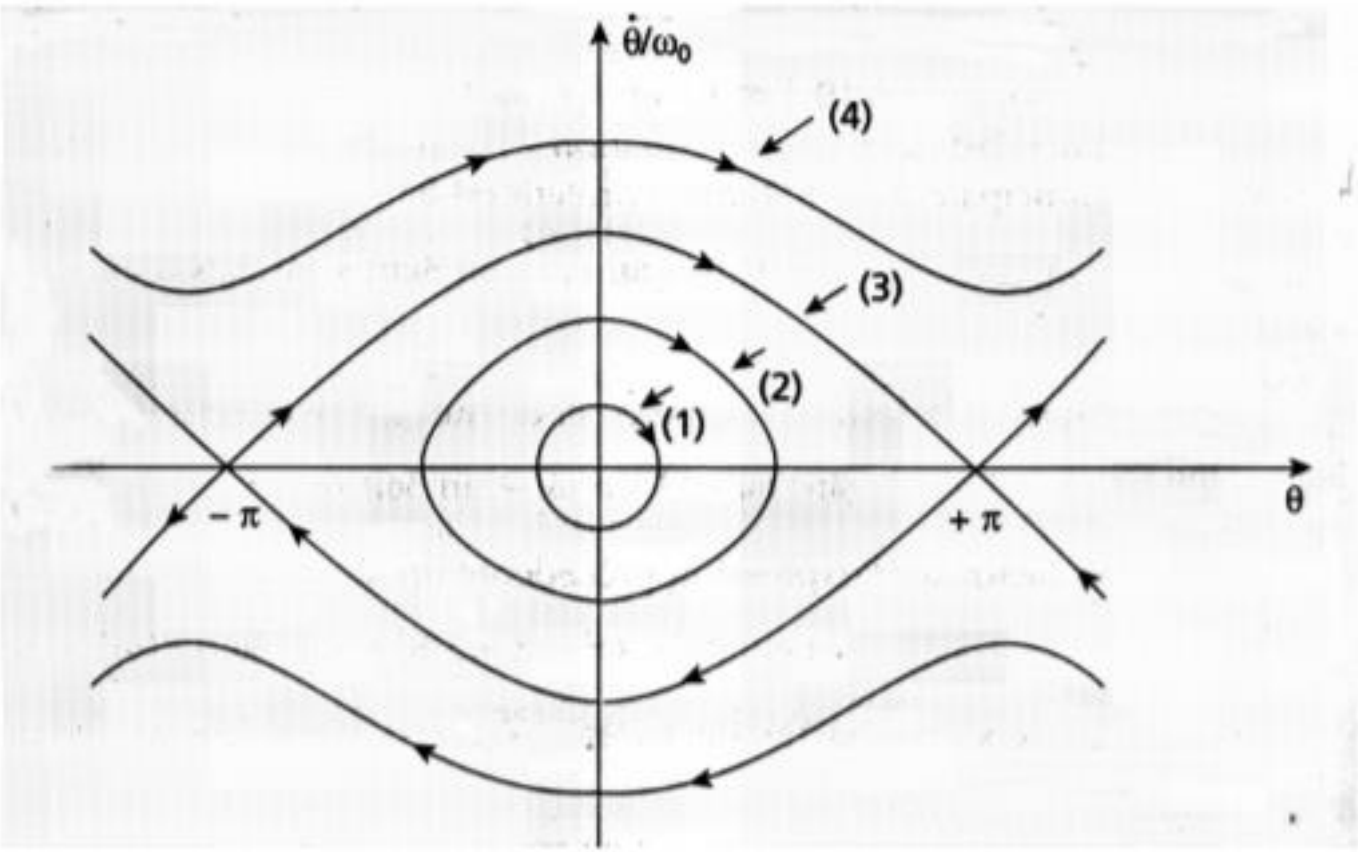
LP 49 : Oscillateurs : portraits de phase et non - linéarité

Portrait de phase

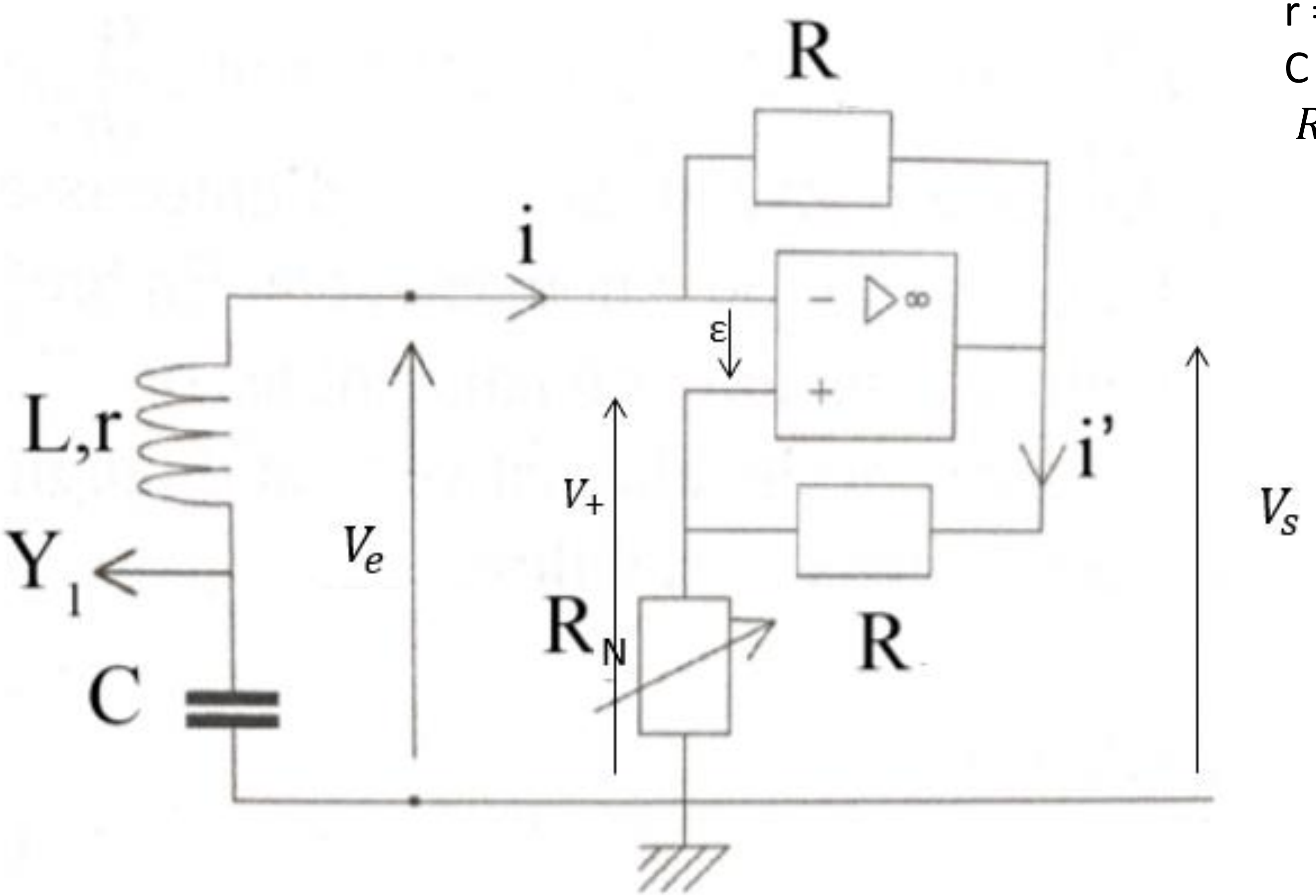




Equation pour un système amorti :

$\ddot{\theta} + 2\xi\omega_0\dot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0$ avec $\xi > 0$

Que se passe-t-il si le coefficient devant la dérivée d’ordre 1 est négatif ?



R = 10 kΩ
L = 0,1H
r = 32Ω
C = 0,2 μF
R_N est une résistance variable

En régime linéaire

$V_e + \varepsilon = V_+$ Or en régime linéaire $V_- = V_+$ ie ε =0
D'où $V_e = V_+$

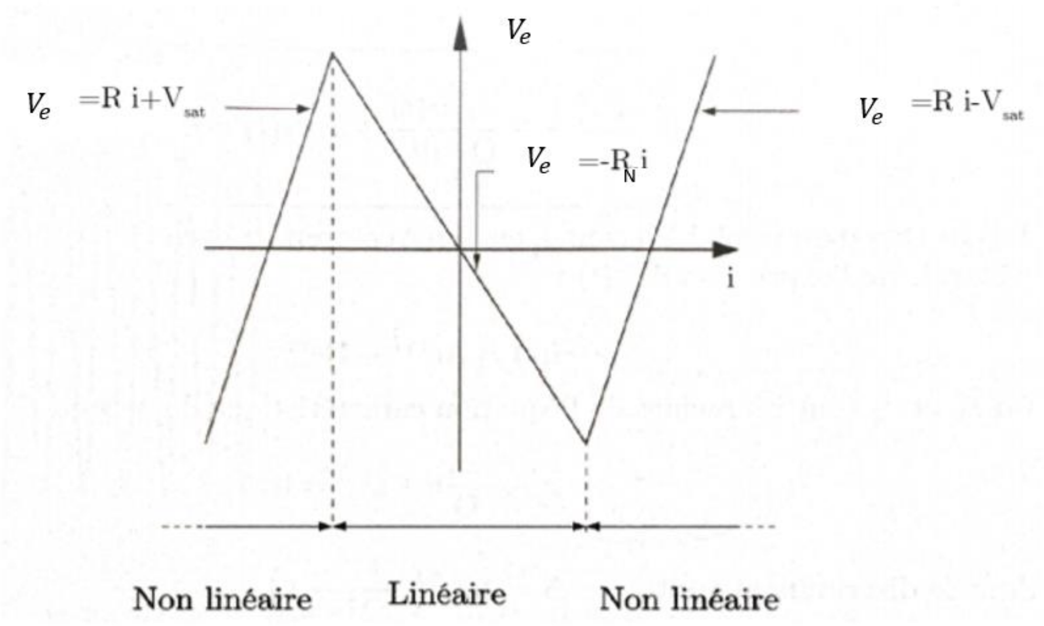
$V_e = V_s + Ri \rightarrow i = \frac{V_e - V_s}{R}$ (1)

$V_S = (R_N + R)i'$
$V_+ = R_N \mathrm{i}' = V_e \rightarrow V_s = \frac{R_N + R}{R_N} V_e$

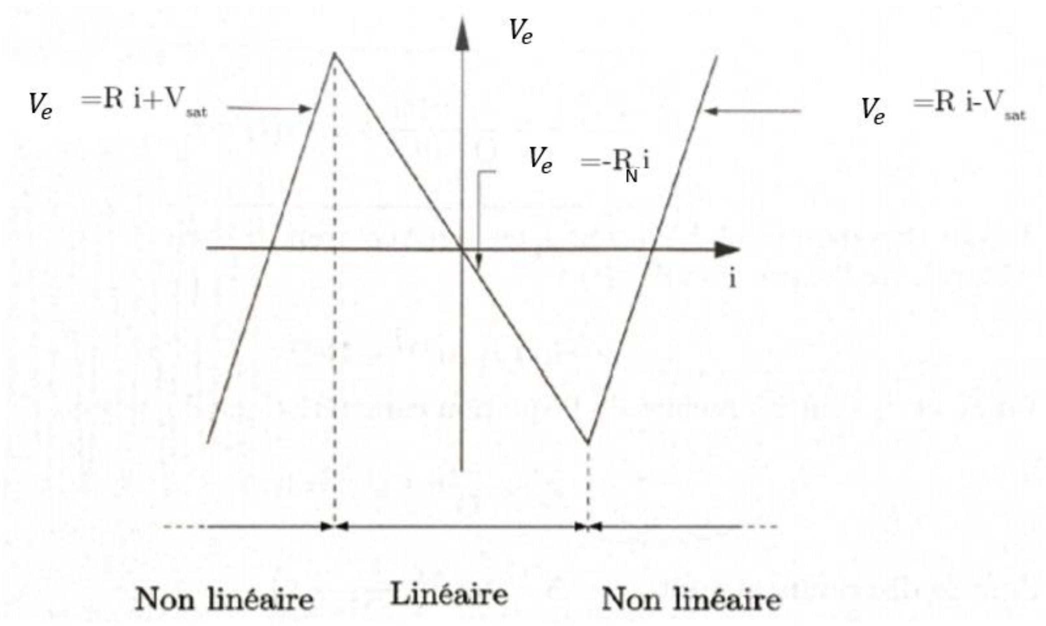
Avec (1) on trouve : $i = \frac{V_e}{R}(1 - \frac{R_N + R}{R_N}) = -\frac{V_e}{R_N}$ d'où : $V_e = -R_N i$

En régime saturé : i > $|i_s|$ avec $|i_s| = \frac{V_{sat}}{(R_N + R)}$

On a maintenant : $V_e = Ri \pm V_{sat}$



La caractéristique montre qu'on peut modéliser V_e par une equation cubique :
$V_e = -R_N i + \lambda i^3$

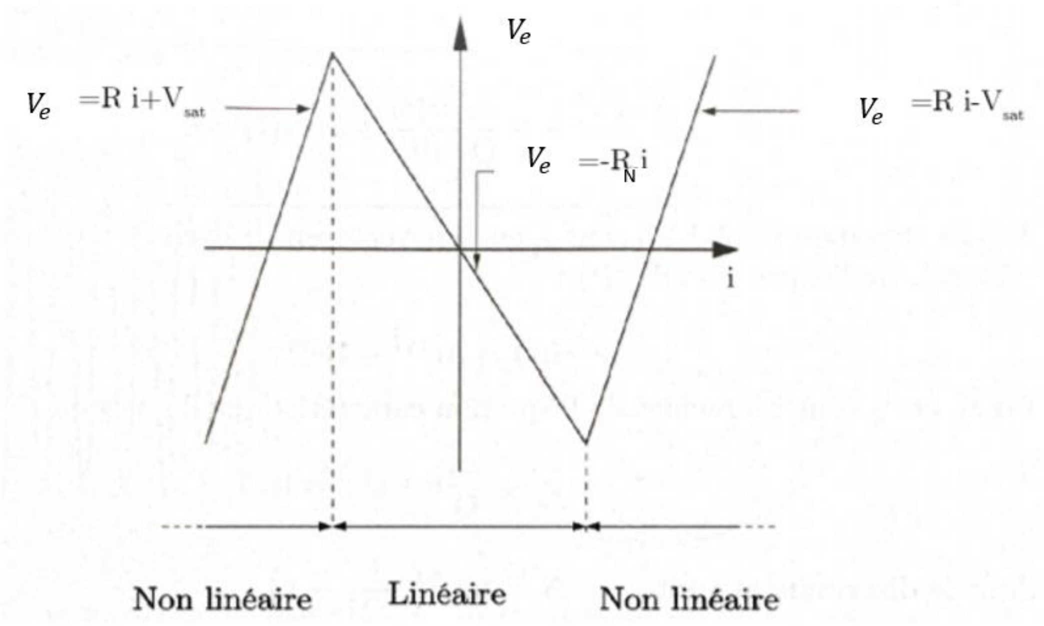


La caractéristique montre qu'on peut modéliser V_e par une equation cubique :

$$V_e = -R_N i + \lambda i^3$$

Loi des mailles nous donne :

$$L\frac{di}{dt} + (\lambda i^3 - R_N i) + ri + \frac{q}{C} = 0$$



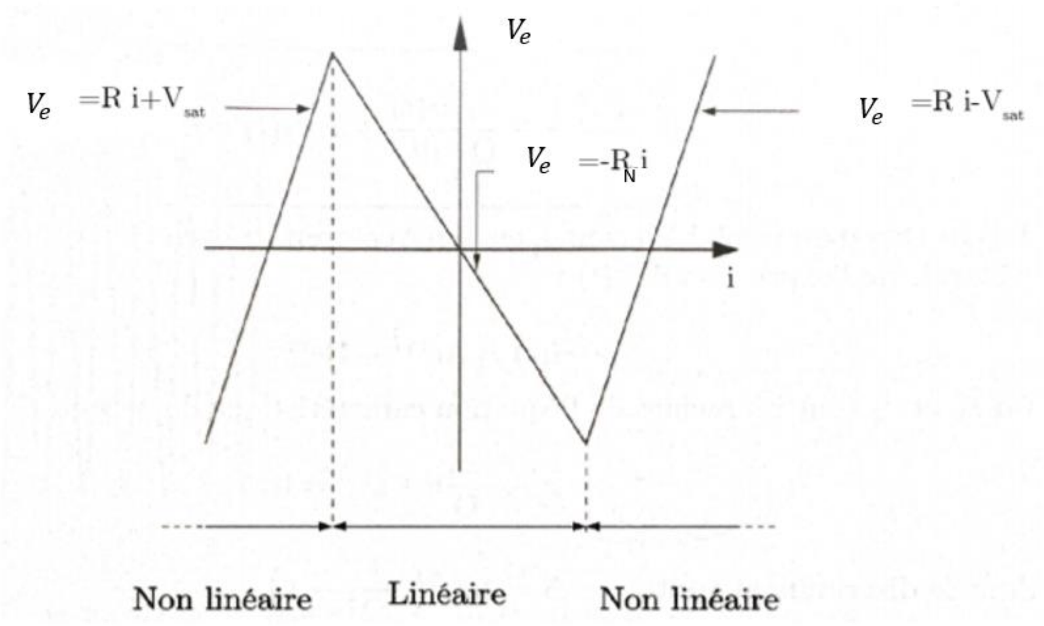
La caractéristique montre qu'on peut modéliser V_e par une equation cubique :

$V_e = -R_N i + \lambda i^3$

Loi des mailles nous donne :

$L\frac{di}{dt} + (\lambda i^3 - R_N i) + ri + \frac{q}{C} = 0$

$L\frac{d^2i}{dt^2} - (R_N - r - 3\lambda i^2)\frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0$



La caractéristique montre qu'on peut modéliser V_e par une equation cubique :

$$V_e = -R_N i + \lambda i^3$$

Loi des mailles nous donne :

$$L\frac{di}{dt} + (\lambda i^3 - R_N i) + ri + \frac{q}{C} = 0$$

$$L\frac{d^2i}{dt^2} - (R_N - r - 3\lambda i^2)\frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0$$

D'où : $L\frac{d^2i}{dt^2} - \alpha_0\left(1 - \left(\frac{i}{i_0}\right)^2\right)\frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = 0$

Avec $\alpha_0 = \frac{R_N - r}{L}$, $i_0 = \sqrt{\frac{R_N - r}{3\lambda}}$ et $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$