LP 33 : Interférences à deux ondes en optique

Remarques du Jury : Les approximations mises en oeuvre dans les calculs de différence de marche doivent être justifiées a priori. L'exposé doit permettre de préciser clairement les contraintes particulières que l'optique impose aux dispositifs interférentiels par rapport à d'autres domaines. Un interféromètre comportant une lame séparatrice n'est pas obligatoirement utilisé en diviseur d'amplitude. La notion de cohérence et ses limites doivent être discutées. Il faut réfléchir à l'opération de moyenne réalisée par le détecteur et il est bon de connaître quelques ordres de grandeurs à ce sujet.

Niveau : CPGE 2ème année
Pré-requis : Diffraction (lycée), Base OEM/Poynting, Notion de chemin optique.

Introduction : On a vu au lycée que les ondes sont sujettes à certains phénomènes qui leurs sont propres : diffraction, effet Doppler, interférences… Ces phénomènes sont valables pour tout types d'ondes (à la surface d'un liquide, pour le son, les OEM…). Dans cette leçon, on va s'intéresser au cas des interférences dans le cadre de l'optique, et donc des OEM dans le domaine du visible.
Animation "Diffraction par 1 ou 2 fentes" disponible ici. (Ouvrir le fichier avec Internet Explorer !)

On peut (re)observer le phénomène de diffraction par une fente, déjà vu au lycée. On a dans l'animation une lumière monochromatique qui éclaire une fente et on observe ce qui se passe assez loin des fentes (D>>a la largeur de la fente). Si on décide de rajouter une deuxième fente, on pourra s'attendre à ce que sur l'écran les deux figures de diffractions se "somment" en intensité. En réalité, lorsqu'on passe à deux fentes, on a un phénomène d'interférences : des raies noires apparaissent… On va chercher à expliquer ce phénomène.

I - Superpositions de deux ondes lumineuses

1) Détecteur et éclairement.

On sait que la lumière visible est une onde électromagnétique, de période temporelle de l'ordre de $T \simeq 10^{-14}$ s. C'est très faible.
Si on s'intéresse aux capteurs en générale, ils ont un certain temps caractéristique de résolution τ_{res}, et ce temps et ils ne pourront effectivement capter les phénomènes dans un temps $\tau < \tau_{res}$ (ils ne sont pas assez rapide sinon).

Pour illustrer cette idée, on peut prendre l'exemple de l'oeil et des films : lorsqu'on regarde un film, on a un nombre d'image par seconde limité. L'oeil est le capteur de ce film, il présente un temps de résolution de 1/24 s : si le film présente un nombre d'image supérieur à 24 secondes, l'oeil détectera difficilement le passage d'une image à un autre, ce qui fait

qu'on a l'impression de voir en continu. Plus le nombre d'image par seconde est grand, plus le film paraît "fluide". On est généralement de l'ordre de la centaine d'image par seconde pour les films.
Si on prend des capteurs CCD, qui captent la lumière en photographie, on atteint un temps de résolution de 10^{-2} s. (Il semble que pour une photodiode on puisse atteindre 10^{-9} s).

Les fréquences des ondes lumineuses sont donc trop importante pour que nos capteurs puissent rendre compte de la variation du champs électrique : les capteurs opèrent donc à un moyennage.

Pour un champ électrique, on a vu que la densité de courant d'énergie est traduite par le vecteur de Poynting, donné par (OPPM) :

$$\Pi = \frac{E \wedge B}{\mu 0} = c\varepsilon_0 E^2$$

On a donc l'éclairement, qui correspond à la puissance surfacique, qui est proportionnel à E² (W/m²).

Voyons ce qui se produit dans le cas de la superposition de deux ondes lumineuses.

2) Formule de Fresnel - Cohérence

On prend 2 sources d'ondes lumineuses monochromatique, polarisées rectilignement, S1 et S2, et on regarde ce que donne la superposition des deux ondes en un point M quelconque (faire un schéma).

Chaque source créé un champ que l'on peut écrire de la forme (i=1;2):

$$\mathbf{E}_i(M,t) = \mathbf{E}_{i0}\cos(\omega_i t - \varphi_i(M))$$

On peut sommer au point M les 2 champs, l'éclairement est donc (<> moyenne temp.) :

$$\mathcal{E} \propto \langle(\mathbf{E}_1+\mathbf{E}_2)^2\rangle$$

$$\mathcal{E} \propto \langle\mathbf{E}_1^2\rangle+\langle\mathbf{E}_2^2\rangle+2\langle\mathbf{E}_1.\mathbf{E}_2\rangle$$

$$\mathcal{E} \propto E_{10}^2/2 + E_{20}^2/2 + 2\mathcal{E}_{12} = \mathcal{E}_1+\mathcal{E}_2+\mathcal{E}_{12}$$

C'est le terme dernier terme de la somme qui est la source des interférences (c'est le seul qui peut être négatif de toute façon). Développons ce terme . En utilisant la formule (cos(a)cos(b) = 0,5(cos(a+b) + cos(a-b)) :

$$\mathcal{E}_{12} = 2\mathbf{E}_{10}.\mathbf{E}_{20}\mathbf{(}\langle\cos[(\omega_1+\omega_2)t-(\varphi_1+\varphi_2)]\rangle+\langle\cos[(\omega_1-\omega_2)t-(\varphi_1-\varphi_2)]\rangle)$$

Ce terme est non nul (moyenne temporelle de cosinus) sauf si $\omega_1=\omega_2$!

On parle de condition de cohérence des ondes, nécessaire pour qu'il y ait interférences. On a deux conditions :

- 1ère condition : $\omega_1=\omega_2$ (les pulsations sont nécessairement positives)
- 2ème condition : $\mathbf{E}_{10}.\mathbf{E}_{20} \neq 0$ (condition sur la polarisation)

(En pratique, il est très difficile d'obtenir deux sources cohérentes car elles sont cohérentes si, en un point donné, leur déphasage est constant (sinon moyenne temporelle nulle). Or on a un terme de déphasage $\varphi_{al}(t)$ aléatoire qui dépend de la source qu'on utilise : lorsqu'on a deux sources différente, le déphasage global n'est pas constant. Pour se débarrasser de ce terme, on utilisera une seule source, que l'on "divisera". On détaillera plus précisément cette notion de cohérence dans la 3ème partie de ce cours.)

Dans ces conditions : $\mathcal{E}_{12} = 2\sqrt{\mathcal{E}_1\mathcal{E}_2}\cos(\Delta\varphi(M))$ avec $\Delta\varphi(M) = \varphi_2 - \varphi_1$.
On retiendras de ce développement la formule de Fresnel :

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + (\mathcal{E}_1\mathcal{E}_2)^{½}\cos(\Delta\varphi(M))$$

- La seule variable de cette formule est la différence de phase entre les deux ondes, les deux autres sont des constantes qui ne dépendent que de l'amplitude des deux ondes.
- On peut avoir $\mathcal{E} > \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$, qui correspond à des interférences constructives.
- On a $\Delta\varphi(M) = \omega/c\ [(S_1M)-(S_2M)] = \frac{2\pi}{\lambda}\delta(M)$, avec $\delta(M)$ la différence de marche.

On peut définir le contraste de la forme qui suit :

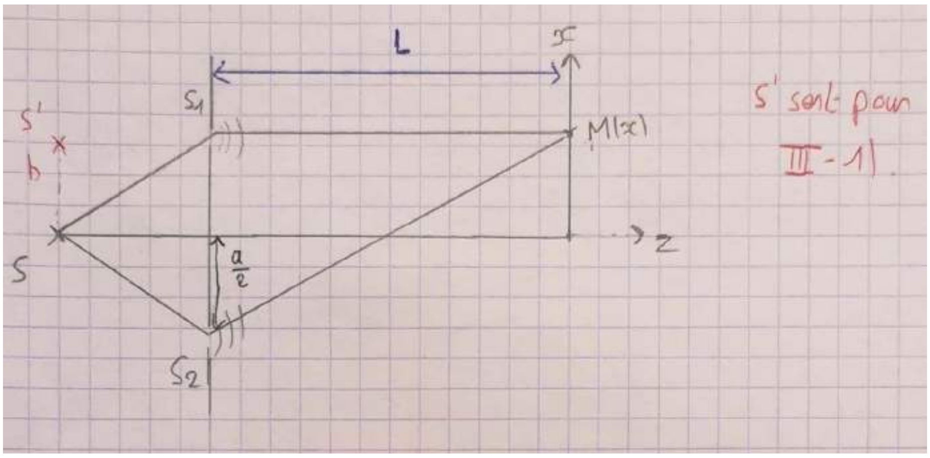
$$C = \frac{\mathcal{E}\,max - \mathcal{E}min}{\mathcal{E}max + \mathcal{E}min}$$

Cette grandeur, qui sert notamment en imagerie et photographie, est comprise entre 0 et 1 : 0 correspondant à un éclairement uniforme partout, C=1 correspondant à des différences de luminosité particulièrement marquée.

On va maintenant reprendre notre exemple d'introduction avec les deux fentes : on appelle ce dispositif les fentes d'Young.

II - Retour sur l'expérience des fentes d'Young

1) Division du front d'onde



Il est très difficile d'obtenir deux sources cohérentes. Le meilleur moyen est de partir d'une seule source lumineuse, et de le diviser en deux. Ici, on part d'une seule source lumineuse, qui se décompose en deux sources cohérentes au niveau des fentes d'Young : on parle de division du front d'onde. On verra dans un prochain cours qu'un autre moyen d'obtenir nos interférences est la division d'amplitude. Dans notre cas, on peut déplacer l'écran et toujours observer la figure d'interférences : on dit qu'elles sont non localisées.

Remarque : ici on se place dans un plan 2D. En réalité on considère des fentes infinies, et on a donc invariance par translation suivant y. On obtient la même chose la même figure si on prenait S1 et S2 ponctuelles.

2) Différence de marche

On veut avoir une expression mathématiques de l'éclairement sur l'écran. Pour cela, il nous suffit de connaître $\Delta\varphi(M)$, soit la différence de marche !

$\delta(M) = (SS_1M) - (SS_2M) = n S_1M - n S_2M$ (On pose $n_{air} \simeq 1$) :

$$\delta(M) = \sqrt{L^2 + \left(\frac{a}{2} - x\right)^2} - \sqrt{L^2 + \left(\frac{a}{2} + x\right)^2} = L\left(\sqrt{1 + \left(\frac{(a/2 - x)}{L}\right)^2} - \sqrt{\dots}\right)$$

On fait un dvpmt limité en considérant $L \gg a$ et $L \gg x$:

$$\delta(M) = L\left(1 + \frac{\left(\frac{a}{2} - x\right)^2}{L^2} - 1 - \frac{\left(\frac{a}{2} + x\right)^2}{L^2}\right) = -\frac{ax}{L}$$

(Si on avait fait $(S_2M) - (S_1M)$, on aurait "+", revient au même)

3) Analyse de l'éclairement

On obtient un éclairement total de (ici $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_0$):

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + (\mathcal{E}_1\mathcal{E}_2)^{1/2}\cos(\Delta\varphi(M)) = 2\mathcal{E}_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda L}\, x\right)\right)$$

On peut faire un graphe, et on analyse (on peut réutiliser l'animation du début) :

- On a un éclairement qui ne varie qu'en fonction de x. Cela vient du faite que l'on a considéré les fentes infinies. Le fait qu'elle ne le soit pas vraiment (ou que l'éclairement ne se fait pas sur une portion infinie des fentes) fait qu'en réalité les interférences ont une épaisseur.
- Si on cherche la période spatiale (distance entre deux maxima ou entre deux minimas), on trouve $i = \lambda L/a$. On appelle cela l'interfrange. Si on la mesure, et qu'on connaît 2 autre paramètres (ex: λ et L), on peut calculer le dernier !

On a expliqué notre phénomène d'interférence : il vient du fait que ce soient bien les champs E et non les intensités qui se somment, et que l'éclairement observé correspond à la moyenne temporelle du carré de ce champ total.

Revenons maintenant sur le principe de la cohérence.

III - Cohérence(s)

On a vu qu'une condition pour observer les interférences est la cohérence des deux ondes. On va voir ce qui se passe si on fait sauter deux hypothèses dans le cas des fentes d'Young: l'aspect ponctuel de la source et l'aspect monochromatique de l'onde.

1) Cohérence spatiale

On va étendre la source S qui ne sera plus ponctuelle. Pour commencer, on va ajouter une deuxième source ponctuelle, S', de même longueur d'onde λ mais qui ne sera pas cohérente avec S. On note L_0 la distance suivant z entre les sources et les fentes.

Si on calcule le déphasage pour la source S' de la même manière que précédemment, on obtient $\delta'(M) = \delta(M) + ab/L_0$. On peut écrire $\mathcal{E}'$ du coup, et on remarque que l'on obtient la même figure d'interférence que précédemment (même interfrange), mais décalée sur l'axe des x.

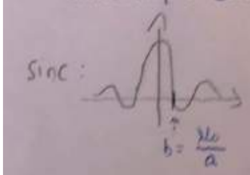
Comme les deux sources ne sont pas cohérentes, les intensités vont simplement se sommer : si on fait un dessin on comprend bien qu'à certains points ou on a une frange sombre pour S, on peut avoir de l'éclairement venant de S' : on voit donc moins les interférences, il y a un possible brouillage.

On prend maintenant un source étendue de largeur b (qui va de -b/2 à b/2). On va diviser notre surface en petites sources s, et on va sommer l'ensemble des ondes issus de la source en supposant encore qu'elles ne sont pas cohérentes : on peut donc faire une simple somme des intensités, soit en version continue une intégrale :

$$\mathcal{E} = 2\mathcal{E}_0\left(1+\int_{-b/2}^{b/2}\cos\left(\frac{2\pi a x}{\lambda L}+\frac{2\pi a s}{\lambda L_0}\right)ds\right)$$

$$\mathcal{E} = 2\mathcal{E}_0\left(1+C\cos\left(\frac{2\pi a x}{\lambda L}\right)\right) \quad \text{avec } C = \mathrm{sinc}\left(\frac{\pi a b}{\lambda L_0}\right)$$

On remarque C est indep de x, et que $|C|$ = contraste



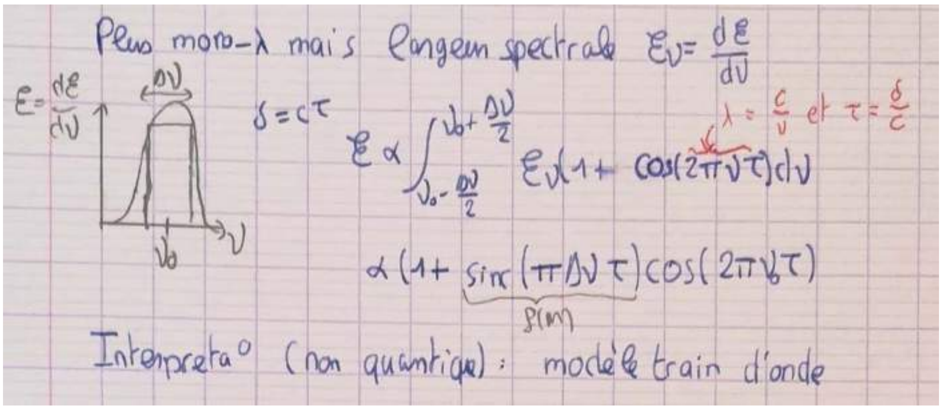
Donc fait perdre de la cohérence

On considère cohérent si $ab \ll \lambda L_0$

Souvent, on a une taille fixée de la source (exemple : le soleil) et donc on doit adapter a pour permettre la cohérence.

2) Cohérence temporelle

Maintenant on considère que la source n'est plus tout à fait monochromatique mais possède une largeur spectrale $\mathcal{E}_\nu = d\mathcal{E}/d\nu$. On a :



On peut remarquer qu'on a encore un sinus cardinal, et que si $\Delta\nu$ tend vers 0 on retrouve bien notre cas monochromatique.

Pour ce qui est du train d'onde :
http://res-nlp.univ-lemans.fr/NLP_C_M09_G01/co/Contenu_059.html

Les applications des phénomènes de cohérence peut être la tomographie optique cohérente(voir wiki).

Conclusion :

- Pour les ondes lumineuses, période temporelle trop rapide pour l'oeil nu : on voit une moyenne.
- On somme les champs E et non les intensités
- Si les deux sources sont cohérentes, on a interférence, mais pour que ça soit le cas, il faut partir d'une même source à la base. On a détaillé notions de cohérence temporelle et de cohérence spatiale.
- On généralise plus tard à N ondes, mais le principe reste le même
- On verra aussi au prochain cours l'interférométrie à division d'amplitude via le Michelson.

Biblio :

- Tout en 1 PC DUNOD
- Perez d'optique
- Taillet, Optique physique
- Poly TP Philou pour la manip

Questions :

- Différence entre division d'onde et division d'amplitude?

Division d'onde : Division géométrique du front d'onde, on fait interférer deux rayons différents et les interférences sont non localisées.
Division d'amplitude : On divise l'énergie par émission et transmission d'un dioptre, et le rayon interfère ensuite avec lui même. Les interférences sont localisées.
Dans le cas de la division d'amplitude, on a pas de problème de brouillage par décohérence spatiale.

- Pourquoi on s'intéresse au champ E et pas au champ B?

C'est au champ E que les capteurs sont sensibles

- Pour la polarisation, si les ondes ne sont pas polarisées pareil, on a pas d'interférences ?

Si les polarisations rectilignes sont perpendiculaires entre elles non, sinon si elles font un angle alpha, qui intervient dans le produit scalaire. A noter que les ondes polarisées mais pas rectilignement peuvent s'écrire sous la forme de somme de polarisation rectiligne : on retombe donc toujours sur un problème d'onde polarisée rectilignement.

- Comment mettre en évidence le phénomène d'interférence hors optique ?

Cuve à onde.

- A quoi peut servir le dispositif des fentes d'Young ?

A mesurer l'épaisseur (si elle n'est pas trop importante) d'une lame qui laisse passer la lumière si son indice est connu, ou au contraire de mesurer n pour un milieu en connaissant l'épaisseur traversée. On place la lame devant l'une des deux fente, et on observe un décalage des franges : la mesure de ce décalage permet de remonter à la valeur cherchée. (exercice classique en prépa)

- Dispositifs d'interférométrie ?

Front d'onde : fentes d'Young, miroirs de Fresnel, Miroir de Loyd, réseau
D'amplitude : Michelson, Fabry-Perot, Mach-Zehnder

- Mesure expérimentale de la longueur de cohérence ?

Michelson avec la double raie du sodium, on chariote jusqu'à brouillage. (Cf partie montage)

- Mécanismes d'émission de la lumière

Emission de photon par désexcitation des électrons. On a l'émission spontanée, et l'émission stimulée, qui sert notamment pour les lasers.

- On voit quoi dans les cas d'interférences à 3 ondes ?

Les calculs sont les mêmes, sauf qu'on a 3 termes plutôt que deux. cf correction exercice 3 ici. On a deux séries de franges : une série de franges très brillantes et une série de franges sombres. Entre deux franges très brillantes, on trouve une frange d'éclairement plus faible, entourée par deux franges noires. Toutes ses franges sont perpendiculaires au plan de la figure.

- Une application en interférométrie qui utilise la polarisation ?

Probablement ça :
https://fr.wikipedia.org/wiki/Interf%C3%A9rom%C3%A9trie_par_double_polarisation.