

LP-19 : Bilans thermiques ; Flux conductifs, convectifs et radiatifs

Valentin Braud

U. de Rennes 1

avril 2020

Sommaire

- 1 Les différents types de flux thermiques
 - Le flux conducteur
 - Le flux conductoconvectif
 - Le flux radiatif

- 2 Etude de l'absorbeur solaire
 - Bilan thermique
 - Expressions des flux
 - Rendement final

La conduction thermique

Définition

La conduction thermique est un mode de transfert thermique provoqué par une différence de température entre deux milieux en contact ou deux régions d'un même milieu sans transport de matière.

Loi de Fourier

$$\mathbf{j}(M) = -\lambda \text{grad } T(M)$$

avec :

- λ la conductivité thermique en $W.m^{-1}.K^{-1}$
- $\mathbf{j}$ le vecteur densité de courant thermique

!

- Le transfert d'énergie se fait dans le sens :
régions chaudes $\longrightarrow$ régions froides
- Décrit des phénomènes irréversibles

L'équation de diffusion thermique

$$\rho c \frac{\partial T(M)}{\partial t} = \lambda \Delta T(M) \quad \text{ou} \quad \frac{\partial T(M)}{\partial t} = a \Delta T(M)$$

$$\text{avec :} \quad a = \frac{\lambda}{\rho c}$$

la diffusivité thermique en $m^2.s^{-1}$

Quelques ordres de grandeur

matériau	$\lambda (W.m^{-1}.K^{-1})$	$a (m^2.s^{-1})$
cuivre	$4,0.10^2$	$1,2.10^{-4}$
acier	$\simeq 50$	$\simeq 10^{-5}$
béton	$\simeq 1$	$\simeq 5.10^{-7}$
eau	$6,0.10^{-1}$	$1,4.10^{-7}$
air	$2,6.10^{-2}$	$\simeq 2.10^{-5}$

Table 1 – Valeurs de la conductivité et de la diffusivité pour quelques matériaux

Résistance thermique : Champ de température

En régime permanent et en l'absence de production interne d'énergie, on a :

$$\frac{\partial T(M)}{\partial t} = a \Delta T(M) \longleftrightarrow \Delta T(M) = 0$$

Le champ de température vérifie l'équation de Laplace.

Résistance thermique : Champ de température

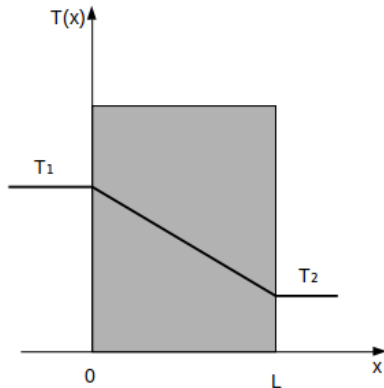
Exemple du mur plan

- Température à l'intérieur du mur ?

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \rightarrow T(x) = Ax + B$$

soit :

$$T(x) = T_1 + (T_2 - T_1) \frac{x}{L}$$



Résistance thermique : Formalisation

Soit le flux thermique :

$$\Phi_{1 \rightarrow 2} = jS = -\lambda \frac{dT}{dx} S = \lambda \frac{T_1 - T_2}{L} S$$

On définit R_{th} , la résistance thermique :

$$R_{th} = \frac{T_1 - T_2}{\Phi_{1 \rightarrow 2}} = \frac{L}{\lambda S}$$

ARQS

$$\tau_{evol} \gg \tau_{diff} = \frac{L^2}{a}$$

La convection thermique

Définition

La convection thermique est un mode de transfert thermique au sein d'un fluide en mouvement ou un fluide en mouvement et une paroi solide.

Loi de Newton

$$\Phi_{s \rightarrow f} = hS(T_s(M) - T_f(M))$$

avec :

- h le coefficient de transfert thermique en $W.m^{-2}.K^{-1}$

Résistance thermique

$$R_{th} = \frac{T_s - T_f}{\Phi_{s \rightarrow f}} = \frac{1}{hS}$$

Quelques ordres de grandeur

milieu	$h \text{ (} W.m^{-2}.K^{-1} \text{)}$
air (libre)	5-25
eau (libre)	100-900
air (forcée)	10-500
eau (forcée)	100-15000
huile (forcée)	50-2000
métaux fondus (forcée)	6000-120000

Table 2 – gamme de valeurs du coefficient h pour quelques matériaux

Le rayonnement thermique

Définition

Le rayonnement thermique est un transfert thermique entre deux systèmes par l'intermédiaire du champ électromagnétique existant dans le milieu qui les sépare.

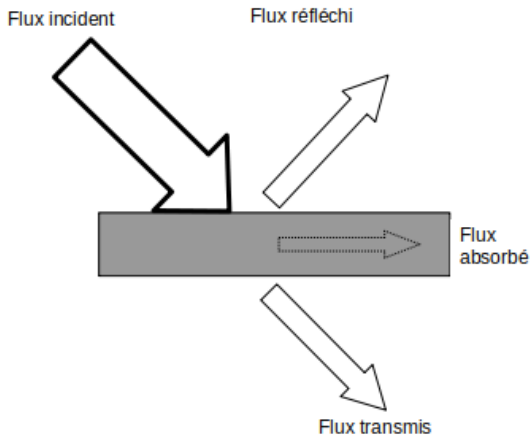
Absorption, réflexion, transmission

Cas des corps réels :

- La réflexion
- La transmission
- L'absorption

Flux total

$$\Phi_i = \Phi_a + \Phi_r + \Phi_t$$



Absorption, réflexion, transmission

$$\alpha = \frac{\Phi_a}{\Phi_i} \quad ; \quad \rho = \frac{\Phi_r}{\Phi_i} \quad ; \quad \tau = \frac{\Phi_t}{\Phi_i}$$

tel que :

$$\alpha + \rho + \tau = 1$$

Loi de Stefan-Boltzmann

$$\varphi^0(T) = \epsilon \sigma T^4$$

avec :

- φ^0 le flux surfacique du rayonnement d'équilibre
- σ la constante de Stefan ($\sigma = 5,670.10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$)
- ϵ le coefficient d'émissivité pour un corps gris tel que $\epsilon = \alpha$

Lien avec le loi de Newton

Soit le flux correspondant au transfert de chaleur par rayonnement entre 2 corps noirs :

$$\Phi = S\sigma(T_2^4 - T_1^4) \longleftrightarrow \Phi = 4S\sigma T_2^3(T_2 - T_1)$$

Détails des calculs

$$T_2^4 - T_1^4 = (T_2^2 + T_1^2)(T_2 + T_1)(T_2 - T_1)$$

$$= (T_1^3 + T_1^2 T_2 + T_1 T_2^2 + T_2^3)(T_2 - T_1)$$

On suppose $T_1 \approx T_2$ donc :

$$T_2^4 - T_1^4 \approx 4T_2^3(T_2 - T_1)$$

Résistance thermique

On peut en déduire :

$$\Phi = \frac{T_2 - T_1}{R_{ray}} \quad \text{avec} \quad R_{ray} = \frac{1}{4S\sigma T_2^3}$$

Bilan thermique

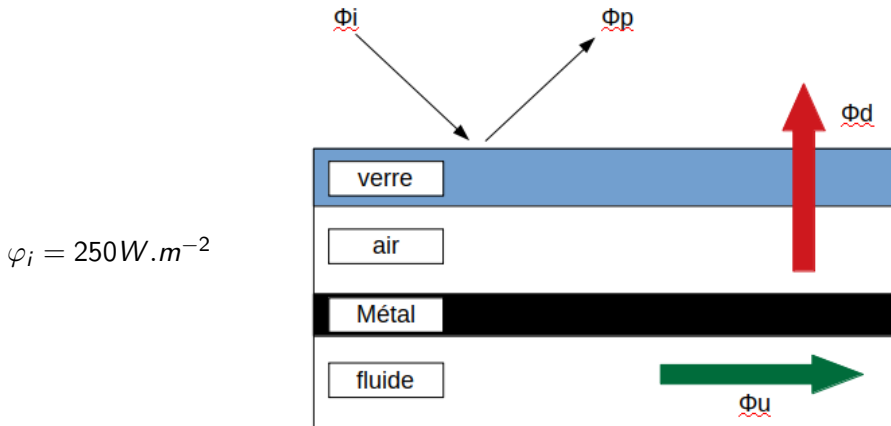


Figure 2 – Flux entrant et sortant de l'absorbeur

Bilan thermique

Premier principe appliqué au système absorbeur :

$$\Delta U = \sum Q = 0$$

Il y a des pertes :

- due à la réflexion sur la vitre
- par diffusion
- par convection dans la couche d'air au dessus de l'absorbeur

Donc :

$$Q_i = Q_p + Q_d + Q_u$$

et comme : $\Phi dt = \delta Q$

$$\Phi_i = \Phi_p + \Phi_d + \Phi_u$$

Rayonnement

Pour la plaque de verre :

- $\rho_{vis} = 0.15$
 $\tau_{vis} = 0.85$
- $\rho_{IR} = 0.90$
 $\tau_{IR} = 0.10$

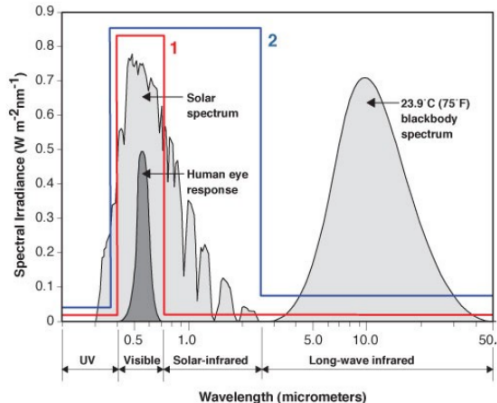


Figure 3 – Transmittivité d'une vitre :

https://www.commercialwindows.org/primer_intro.php

Rayonnement

On a :

$$T_e = 313K$$

et

$$\varphi_e = \sigma T_e^4$$

$$\varphi_e = 544 W.m^{-2}$$

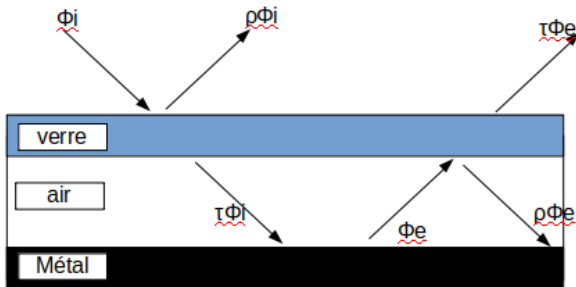


Figure 4 – Flux radiatifs au sein du système

flux radiatifs au travers du système

Φ_p

On a pour le flux thermique perdu par rayonnement :

$$\Phi_p = \rho_{vis}\Phi_i + \tau_{IR}\Phi_e$$

$$\varphi_p = 0,15 \times 250 + 0,10 \times 544 = 92 \text{ W.m}^{-2}$$

et le flux absorbé par la plaque de métal :

$$\Phi_a = \tau_{vis}\Phi_i - \Phi_e + \rho_{IR}\Phi_e = \Phi_i - \Phi_p$$

La résistance thermique équivalente

On a : $T_0 = 293K$

Les conductivités thermiques :

- $\lambda_a = 0,026 W.m^{-1}.K^{-1}$
- $\lambda_v = 1,3 W.m^{-1}.K^{-1}$

Les épaisseurs :

- $e_a = 1cm$
- $e_v = 0,5cm$

et :

- $h = 20 W.m^{-1}.K^{-1}$

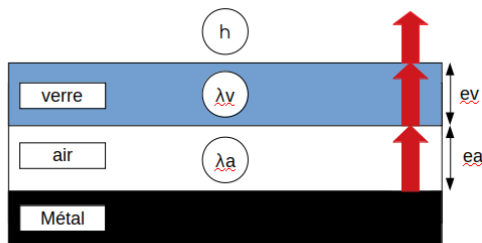


Figure 5 – Flux conductifs et convectif au sein du système

La résistance thermique équivalente

Soit les résistances thermique :

$$\bullet R_{th/v} = \frac{T_{v/int} - T_{v/ext}}{\Phi_d} = \frac{e_v}{\lambda_v S}$$

$$\bullet R_{th/a} = \frac{T_e - T_{v/int}}{\Phi_d} = \frac{e_a}{\lambda_a S}$$

$$\bullet R_{th/conv} = \frac{T_{v/ext} - T_0}{\Phi_d} = \frac{1}{hS}$$

$$R_{th/eq} = \frac{1}{S} \left(\frac{e_v}{\lambda_v} + \frac{e_a}{\lambda_a} + \frac{1}{h} \right)$$

Φ_d

$$\Phi_d = S \frac{T_e - T_0}{\frac{e_v}{\lambda_v} + \frac{e_a}{\lambda_a} + \frac{1}{h}}$$

$$\varphi_d = \frac{313 - 293}{\frac{0,5 \cdot 10^{-2}}{1,3} + \frac{10^{-2}}{0,026} + \frac{1}{20}} = 45,5 W.m^{-2}$$

Expression du rendement

$$\begin{aligned}\eta(T_e) &= \frac{\Phi_u}{\Phi_i} = \frac{\Phi_i - \Phi_d - \Phi_p}{\Phi_i} = \frac{\varphi_i - \varphi_d - \varphi_p}{\varphi_i} \\ &= 1 - \frac{T_e - T_0}{\left(\frac{e_v}{\lambda_v} + \frac{e_a}{\lambda_a} + \frac{1}{h}\right) \varphi_i} - \rho_v - \tau_{IR} \frac{\sigma T_e^4}{\varphi_i}\end{aligned}$$

Application numérique

$$\eta(T_e = 313K) = \frac{250 - 45,5 - 92}{250} = 0,45$$

Soit : $\eta = 45\%$