LP 1: Frottements

Rapports du jury : Leçon doit être illustrée par des exemples concrets maîtrisés /occasion d’appliquer les lois de la mécanique du solide / niveau trop élémentaire / compréhension des aspects microscopiques / notion de contact ponctuel et réalité microscopique de ce contact / différence entre coefficients de frottement statique et dynamique / distinguer contact ponctuel et contact étendu / dégager la distinction entre les deux lois de Coulomb : condition nécessaire de non glissement et loi du frottement de glissement / phénomènes d’hystérésis associés au frottement solide / approche énergétique du contact / roulement.

Niveau : MPSI (Licence si on aborde l’aspect microscopique)

Pré-requis :

- Cinématique du solide

-Mécanique du point

Biblio :

-Perez de mécanique

-http://olivier.granier.free.fr/MOOC/co/ex-CCP-3-meca-solide.html

-https://www.youtube.com/watch?v=eucVByJ23zU

Introduction:

Dans cette leçon nous utiliserons les théorèmes fondamentaux de la mécanique ; le théorème de la résultante cinétique (TRC) et le théorème du moment cinétique (TMC). Dans de nombreux systèmes physiques, il arrive que des solides soient en contact. Les forces qui s'exercent sur chaque solide dépendent d'un grand nombre de paramètres liés à la surface de contact et il est impossible d'en donner un modèle simple comme on le fait pour les forces de gravitation et électromagnétiques agissant à distance. Nous allons donc utiliser des lois empiriques qui vont nous permettre de montrer l'importance du frottement et son utilité dans différents problèmes. Dans toute la leçon on considère le référentiel terrestre comme étant galiléen.

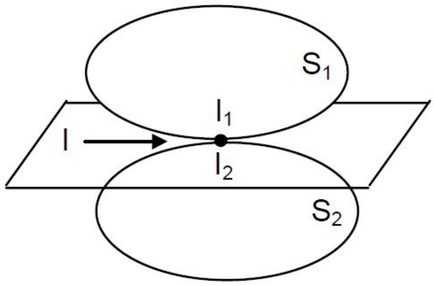
I-Contact entre solide

1) Vitesse de glissement

Dans un référentiel galiléen R, on considère deux solides S1 et S2 en contact ponctuel au point géométrique I. (partir directement sur un parallélépipèdes sur un plan, plus facile)

Le point I1 est le point coïncidant a I et appartient au solide S1.

Le point I2 est le point coïncidant a I et appartient au solide S2.



En appliquant la relation de composition des vitesses au point I1 par rapport a R et au référentiel relatif S2, la vitesse d'entraînement étant celle du point coïncidant I2, il vient : (plus facile à se le représenter si on part d'un système avec un parallélogramme qui glisse sur un plan horizontal)

$$\vec{v}_{I_1/R} = \vec{v}_{I_1/S2} + \vec{v}_{I_2/R}$$

La vitesse de glissement de S1 sur S2 est :

$$\vec{v}_g = \vec{v}_{I_1/S_2} = \vec{v}_{I_1/R} - \vec{v}_{I_2/R}$$

Cette vitesse est contenue dans le plan tangent en I aux deux solides. En effet, la vitesse du point I par rapport a R s'exprime de deux façons différentes suivant que le référentiel relatif est S1 ou S2 :

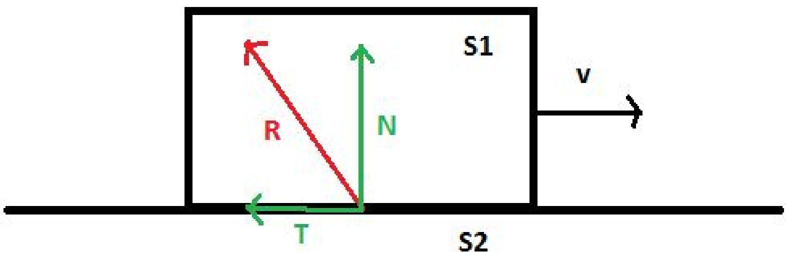
$$\vec{v}_{I/R} = \vec{v}_{I/S_2} + \vec{v}_{I_2/R} = \vec{v}_{I/S_1} + \vec{v}_{I_1/R}$$

et puisque vI/S1 et vI/S2 appartiennent au plan tangent, la vitesse de glissement vg = vI/S2 - vI/S1 est également contenue dans ce plan.

<u>Remarque</u>: vg ne dépend que des solides en contact, il ne dépend pas du référentiel d'observation.

2) Actions de contact

Si on s'intéresse au cas de notre parallélépipède. On considère seulement un glissement sans pivotement. (Pour le pivotement voir plan PH suet)



Rn: Force qui s'applique sur le solide S1, elle est dirigé vers l'intérieur du solide car c'est une force répulsive manifestant le rapprochement des électrons à la surface des solides.

Rt: Force de frottement qui résiste au déplacement

II-Lois de Coulombs et Amontons

1) Enonce Statique/dynamique

Statique: vg=0

L'expérience montre que le solide S1 ne glisse pas sur S2 tant que :

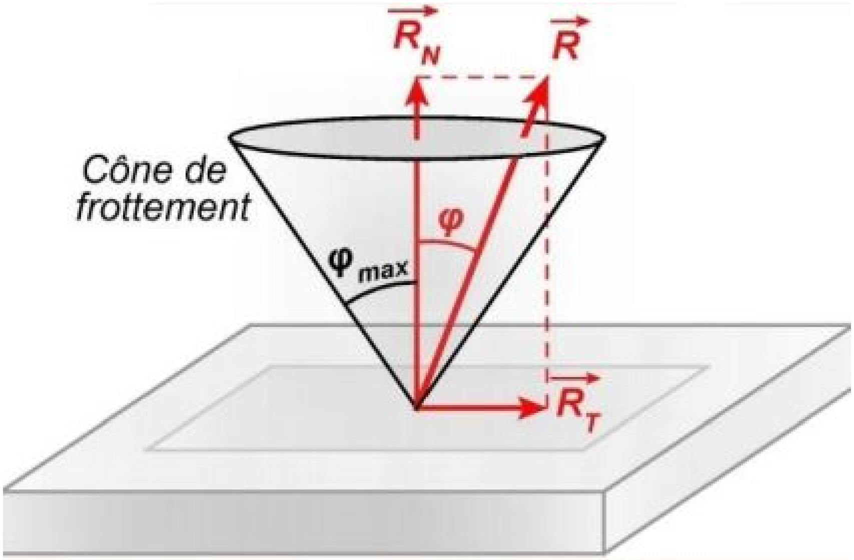
$$\vec{T} \leqslant \mu_S \vec{N}$$

ou μs est le coefficient de frottement statique.

1er loi: μs indépendant de l'aire de contact apparente

2eme loi: μs indépendant de N

μs ne dépend que de l'etat et de la nature des surfaces en contact. Géométriquement, R se situe à l'intérieur d'un cône de révolution de demi-angle au sommet: φmax= arctan(μs).



Dynamique: vg non nul

1er loi: T même direction que vg

T x vg = 0
(relation vectoriel)

2eme loi:T sens opposé à vg

T . vg < 0
(relation vectoriel)

3eme loi:

$$\vec{T} = \mu \vec{N}$$

Le coefficient de frottement dynamique μ est toujours inférieur au coefficient de frottement statique μs.

Matériaux	μ_s	μ_c
Acier sur glace	0.1	0.05
Acier sur acier, sec	0.6	0.4
Acier sur acier, lubrifié	0.1	0.05
Bois sur bois	0.5	0.3
Téflon sur acier	0.04	0.04
Chaussures sur glace	0.1	0.05
Bottes de montagne sur rocher	1.0	0.8
Pneus de voiture sur béton sec	1.0	0.7
Caoutchouc sur asphalte	0.6	0.4

Cf PH suet pour les conditions sur roulement et pivotement.

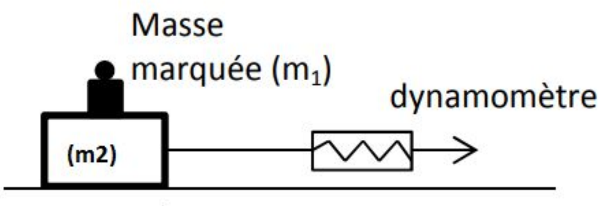
2) Vérification expérimental

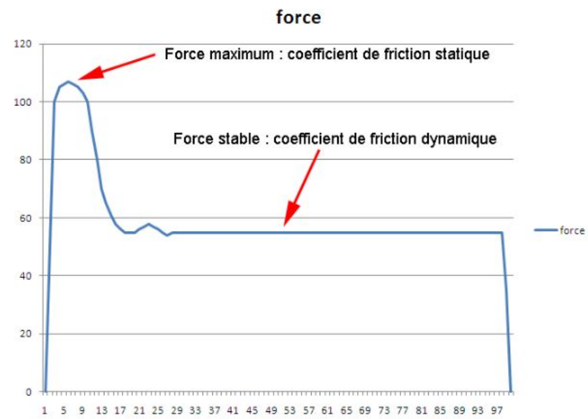
https://www.youtube.com/watch?v=eucVByJ23zU

ou https://www.f-legrand.fr/scidoc/docmml/sciphys/meca/frotsol/frotsol.html

On tire une masse posée sur une plaque en bois, elle même posée sur une plaque en bois. Un dynamomètre est relié à la plaque inférieure en bois pour mesurer la norme horizontal de la force de frottement.

->Expérience pour montrer le fait que μs>μ





(attention, ce n'est pas la courbe liée à l'expérience de la vidéo, mais elle a la même forme)

Voilà ce que l'on obtient lorsque l'on fait l'expérience:

- Une augmentation de la force jusqu'à une valeur limite, qui est la force nécessaire pour mettre en mouvement le solide
- Puis la force diminue jusqu'à une certaine valeur qui est la force nécessaire pour entretenir le mouvement.

A l'aide de cette expérience on peut calculer les coefficients de frottement dynamique et statique.

A la naissance du mouvement: ITI = μsINI

AN: m1+m2=12Kg, force statique 50N.

$$s = \frac{ITI}{INI} = \frac{F}{mg}$$

On trouve μs=0.43

Avec le solide en mouvement: ITI = μINI

AN: m1+m2=12Kg, force statique 30N.

$$= \frac{ITI}{INI} = \frac{F}{mg}$$

On trouve μ=0.25

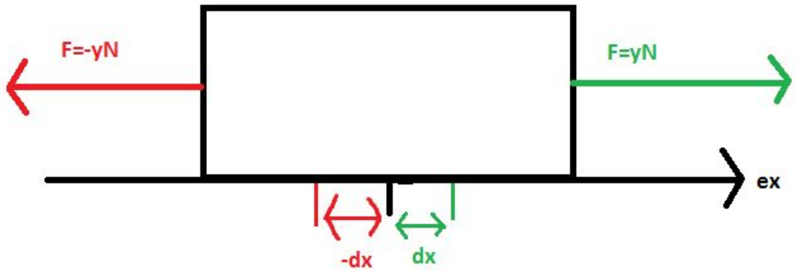
Les résultats sont un peu en dessous des coefficient de frottement pour le bois sur bois.
Mais on remarque quand même que μs>μ
->C'est pour cela qu'il est plus facile d'entretenir le mouvement que de mettre l'objet en mouvement.

Ceci est la méthode généralement utilisée pour déterminer le coefficient de frottement dynamique. Nous verrons plus tard dans la leçon qu'une technique plus courante est utilisée pour le coefficient statique(plan incliné).

3) Aspect énergétique

On fait l'approximation dans cette partie que μs=μ. (pas nécéssaire car on est pas en statique)

Calculons le travail élémentaire nécessaire pour déplacer un solide de dx.



Si on tire le bloc dans un sens.

$$W = (+N)ex.(+x)ex$$
$$W = Nx$$

Si on tire le bloc dans l'autre sens.

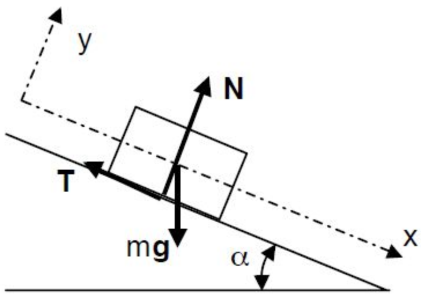
$$W = (-N)ex.(-x)ex$$
$$W = Nx$$

On remarque que peu importe le mouvement il est toujours nécessaire d'apporter de l'énergie à notre système. Comparé à une force élastique tel un ressort qui lui emmagasine de l'énergie pour ensuite retrouver sa position d'équilibre.
L'énergie que l'on apporte est dissipée sous forme de chaleur. (exemple des mains qui frottent).

III-Applications

1) Plan incliné

Considérons un solide de masse m immobile sur un plan incliné faisant un angle avec l'horizontale.



Le TRC s'écrit :

$$m\vec{g} + \vec{R} = \vec{0}$$

En projetant cette relation sur les axes Ox et Oy il vient :

$$mg\sin\alpha - T = 0$$
$$mg\cos\alpha - N = 0$$

et puisque le solide est immobile T/N = tanα ≤ μs. C'est le phénomène d'arc-boutement.
Quelle que soit la masse du solide, il ne glisse pas tant que α < αs avec αs=arctan(μs) .
Ceci explique aussi que l'on ne peut pas enfoncer une vis en appuyant simplement dessus (même avec un marteau !) car l'inclinaison des filets n'est pas suffisante pour autoriser le glissement.
Considérons maintenant le solide mobile sur le plan incliné. Le TRC s'écrit cette fois :

$$m\vec{g} + \vec{R} = m\vec{a}$$

et la projection de cette relation sur les axes Ox et Oy :

$$mg\sin\alpha - T = m\ddot{x}$$

$$mg\cos\alpha - N = 0$$

Le solide glisse et donc T/N =μ . En remplaçant T dans la première équation il vient :

$$\ddot{x} = g\cos\alpha(\tan\alpha - \mu)$$

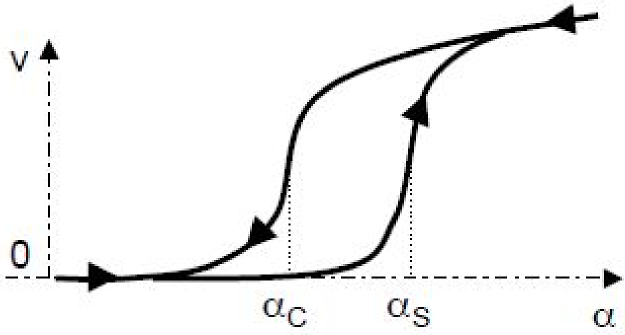
En analysant cette formule on remarque qu'il y a deux accélération:

- gsinα qui représente l'accélération liée à la pesanteur
- gcosα qui représente l'accélération de freinage du frottement.

Il y a compétition entre ces deux accélération.

Pour un angle très grand le solide a un mouvement accéléré, puis pour α = αc tel que tan(αc)=μ le solide glisse à vitesse constante et enfin pour α < αc le solide ralentit.

On peut alors tracer un cycle d'hystérésis en partant de α < αc et en augmentant l'inclinaison, puis de α < αs en diminuant l'inclinaison.



Expérience

Reprenons l'exemple précédent en utilisant un livre posé sur une table. On veut déterminer les coefficients μ et μs.

Le livre étant immobile sur la table horizontale, on incline celle-ci jusqu'à ce que le livre se mette à glisser. On note alors la position de la table (contre un mur par exemple) et on en déduit μs=tanαs

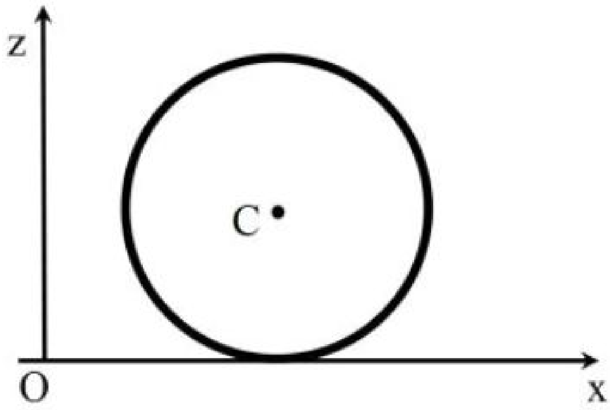
Le livre glissant, on réduit doucement l'inclinaison et on note la position de la table dès que le livre commence à ralentir. On déduit αc et μ= tanαc

2) Le cerceau

http://olivier.granier.free.fr/MOOC/co/ex-CCP-3-meca-solide.html

Un cerceau de masse M et de rayon R est lancé avec les conditions initiales suivantes**:**

$\vec{v}_C(0) = v_0\vec{u}_x$, avec $v_0 > 0$ et $\vec{\omega}(0) = -\omega_0\vec{u}_y$, avec $\omega_0 > 0$.



Il reste en contact avec le plan horizontal ; ce contact est caractérisé par un coefficient de frottement de glissement **f**.

Le mouvement du cerceau est donné par la vitesse $\vec{v}_c = v(t)\vec{u}_x$ de son centre C et son vecteur rotation $\vec{\omega} = \omega(t)\vec{u}_y$.

La vitesse de glissement par rapport au sol est

$$: \vec{v}_g = (v - R\omega)\vec{u}_x$$

A $t = 0$, $\vec{v}_g = (v_0 + R\omega_0)\vec{u}_x$, est non nulle : la 1ère phase est une phase avec glissement dans le sens des x positifs.

Les forces s'exerçant sur le cerceau sont : le poids et la réaction du support.

Le théorème de la résultante cinétique donne :

$$M\frac{dv}{dt} = T \qquad et \qquad -Mg + N = 0$$

Le théorème du moment cinétique en C donne :

$$MR^2\frac{d\omega}{dt} = -RT$$

De plus, durant la 1ère phase :

$$\frac{dv}{dt} = -fg \quad soit \quad v(t) = v_0 - fgt \quad et \quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{fg}{R} \quad soit \quad \omega(t) = -\omega_0 + \frac{fg}{R}t$$

La vitesse de glissement à l'instant t est alors :

$$v_g(t) = v(t) - R\omega(t) = v_0 + R\omega_0 - 2fgt$$

Elle s'annule à l'instant :

$$t_0 = \frac{v_0 + R\omega_0}{2fg}$$

À quelle condition le cerceau revient-il en arrière ?

La 2ème phase est une phase de roulement sans glissement. L'équation $T = -fN$ n'est plus valable durant cette phase et doit être remplacée par :

$$v_g(t) = v(t) - R\omega(t) = 0$$

Les autres équations restant valables. On en déduit :

$$\frac{dv}{dt} = 0 \quad soit \quad v(t) = v(t_0) = \frac{v_0 - R\omega_0}{2} \quad et \quad \frac{d\omega}{dt} = 0$$

Soit:

$$\omega(t) = \omega(t_0) = \frac{-\omega_0 + \frac{v_0}{R}}{2}$$

Le cerceau revient en arrière si $v(t_0) < 0$, soit :

$$R\omega_0 > v_0$$

Conclusion

Nous avons vu dans cette leçon que les lois phénoménologiques du frottement ne sont pas les mêmes s'il y a glissement ou non-glissement. Il faut remettre le problème en équation chaque fois que l'on passe d'une situation à l'autre. La solution est donc a priori plus complexe que celle d'un problème sans frottement à une équation différentielle.

D'autre part les actions de contact ne sont pas connues au départ. Ce sont les lois empiriques du frottement qui permettent de relier les composantes de ces forces et de réduire le nombre de paramètres

Remarques:

- il y a deux expérience, pas le temps de faire les deux, parler de la première, et revenir après le leçon sur le deuxième. Il ya d'autres exemples possible (Cf PH Suet)
- Attention dans l'exercice du cerveau sur les notations utilisés : μ=f !!! Il faut bien être cohérent avec les notations utilisés précédemment.
- Il n'est pas nécessaire de présenter les moments de frottement pour le pivotement et le roulement (dire qu'on le verra en TD)

Questions :

- Est ce que la force de contact peut être attractive (exemple je mouille mon doigt, la feuille est attiré suite au contact?

Ce sont les force de van der waals qui entre en jeu à ce moment là. Cependant il est possible que la force soit attractive si les matériaux sont de la même nature et une grande surface de contact (Écrit dans le Perez)

- Citer des applications du phénomène d'arc-boutement ? https://si.blaisepascal.fr/1t-arc-boutement/

- Sur l'hystérésis mécanique. Exemples d'applications ?

Le stick-flip, qui permet de faire "chanter des verres".

- Bien lire des trucs sur : aspect microscopique (peu de truc en ligne, Perez), lubrification, torseur cinétique et dynamique..
- Doit-on prendre en compte le frottement lié au moment de pivotement lors du freinage d'une voiture ? Ça veut dire quoi qu'une voiture dérape ? Les lois de Amontons-Coulomb permettent-elles à elles seules de décrire la physique de la tuture ? la bonne tenue de la trajectoire d'une voiture tient à l'équilibre entre la force centrifuge qui s'applique à elle et la résistance de l'adhérence des pneus. Pour peu que l'accélération soit mal dosée, les pneus arrière ne parviennent pas à passer toute la puissance au sol et se mettent alors à patiner. En situation de glisse (voies glissantes), le train arrière n'a plus l'adhérence nécessaire pour s'opposer à la force centrifuge, il file à la dérive.
- Qu'est-ce qui permet le freinage dans une voiture ? Le système de freinage permet de diminuer la vitesse d'un véhicule jusqu'à son arrêt complet, il utilise le principe de friction entre deux surfaces en contact qui se trouvent en mouvement relatif