LP 06: Cinématique relativiste

Leçon d'Anatole Bauduin, retranscrite par Paul Remigereau

- Niveau : Licence - Prérequis : Méca class, ref galiléen, transfo de galiléee

Introduction :

Fin 19^e siècle, de très nombreux phénomènes sont expliqués par la physique classique et les équations de Maxwell, mais on souhaiterais unifier les deux. Cependant, la transformation de Galilée n'est pas compatible avec les équations de Maxwell... Soit Maxwell faux, soit on force pour rendre compatible (notion d'ether) mais on n'y parvient pas (expérience de Michelson), soit les postulats de la méca galiléenne sont faux, (ou plutôt limité à la mécanique classique). C'est cette voix qu'Einstein suit en 1905. Dans cette leçon, nous allons détailler la cinématique relativiste. Le "cinématique" correspond à l'étude des mouvements, et l'aspect "relativiste" traduit le fait que les vitesses étudiées sont proches de celle de la lumière. Si ca n'est pas le cas, on utilise la cinématique classique.

1 Cadre de la relativité restreine

1.1 Postulats

Théorie de la relativité basée sur 2 postulats, dits postulats d'Einstein :

— **Postulat 1 :** tous les référentiels d'inertie sont équivalents ; autrement dit, la formulation mathématique des lois de la physique doit être la même dans tous ces référentiels.

— **Postulat 2 :**la vitesse de la lumière dans le vide est indépendante de l'état de mouvement de la source. Elle ne dépend donc pas du référentiel. (il se trouve qu'elle est aussi la vitesse max).

Dans cette leçon, on travaille uniquement dans des ref galiléens.

1.2 Espace-temps à 4D et évenements

Dans le cadre de la relativité restreinte, on considère que le temps n'est plus indépendant du référentiel. On associe donc à un référentiel non plus 3 dimensions, mais 4 dimensions :

$$\mathcal{R}(ct, x, y, z)$$

Notons le facteur c, qui donne à toutes nos coordonnées la même dimension !

On va aussi définir le notion d'évenements : Un évenement est un phénomène physique défini dans le temps et dans l'espace. Ces quatres coordonnées sont donc bien définies dans chaque référentiel, et donc le phénomène doit être indépendant du référentiel. ex : Naissance, une aiguille d'une montre alignée avec le 12.

Une autre définition plus précise : On parle de ligne d'univers d'une particule pour décrire sa trajectoire dans l'espace temps.

Puisque le temps dépends désormais du référentiel, on perd la notion de simultanéité, qui est relative à l'observateur et à son référentiel. C'est pourquoi en relativité. Il est alors utile/nécéssaire de travailler avec des grandeurs indépendante du référentiel. On peut utiliser par exemple l'intervalle :

Définition : Intervalle entre 2 évenements. Soit deux évènements $E_1(ct_1, x_1, y_1, z_1)$ et $E_2(ct_2, x_2, y_2, z_2)$ dans un référentiel donné. On défini l'intervalle entre deux événements comme :

$$s_{12} = c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2 \tag{1}$$

Cette grandeur joue un rôle important car elle ne dépend pas du référentiel, on dit qu'elle est invariante. (Pas dis par Anatole mais : on peut intervertir 1 et 2, et peut être négatif, mais s'il es positif ou nul, on peut avoir un lien de cause à effet entre les deux évènements. D'ailleurs on peut montrer que δt à le même signe quelque soit le référentiel si l'intervalle est positif : cela montre bien que les évènements sont indep du ref).

On peut faire le diagramme de Minkowski (cône de lumière) pour illuster le principe de causalité mais tendu au niveau du temps.

Il nous faut maintenant des règles de passage d'un référentiel à un autre car transfo de Galilée ne fonctionne pas !

1.3 Transformation de Lorentz

On suppose deux référentiels Galiléens, tels que $\mathcal{R}'$ est supposé en translation rectiligne uniforme à la vitesse v$_e$ suivant x par rapport à $\mathcal{R}$.

$$ct' = \gamma(ct - \beta x) \tag{2}$$

$$x' = \gamma(x - \beta ct) \tag{3}$$

et on a y=y' et z=z'. Dans cette transformation, on a :

$$\beta = \frac{v_e}{c} \in]-1;1[\; et \; \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} > 1 \tag{4}$$

Remarques : (toutes démontrables)

- La transformation inverse correspond simplement à un changement de signe de v$_e$ (ie : de β), ce qui est cohérent avec la physique.
- Si v«c, on retombe sur la transformation de Galilée classique, donc cohérent avec la physique classique.
- Cette transformation nous donne bien l'intervalle indépendant du référentiel.

2 Conséquences de la relativité

2.1 Temps propre et longueur propre

Def : La durée propre est l'intervalle de temps entre 2 évènements ayant lieu au même endroit. Ce temps propre est donc rattaché au référentiel de l'objet (il suit l'objet d'étude). On parle de référentiel propre.

On note $\mathcal{R}$(ct,x,y,z) le référentiel propre et donc E1(ct,x,y,z)=E(0,0,0,0) en choisissant comme origine des temps et d'espace l'évenement 1 dans $\mathcal{R}$. On choisit un seconde évènement, puisqu'on est dans le référentiel propre par définition : E2(ct,0,0,0).

On prend un référentiel $\mathcal{R}'$(ct',x',y',z') en translation comme défini dans la partie précédente. On choisit comme simplifier la même origine que $\mathcal{R}$? donc E1'(0,0,0,0), et on a donc E2'(ct',x',0,0).

La transformation de Lorentz nous donne en particulier :

$$ct' = \gamma ct \rightarrow t' > t \tag{5}$$

On vient de montrer que la **durée propre est toujours minimale** ! (Attention on a la réciprocité : tout observateur inertiel en mouvement considère l'horloge de l'autre comme étant dilatée).

On peut montrer de même que la longueur propre (longueur d'un objet dans un référentiel propre) est toujours maximale. La démonstration avait été demandée à Anatole, elle diffère un peu. Contrairement au temps propre, il faut ici fixer le temps dans le référentiel en mouvement (pour vraiment avoir une longueur), sachant que l'objet ne bouge pas dans le référentiel propre le terme en temps qui y apparaît n'est pas un problème. La réciprocité est vrai aussi pour la contraction des longueurs.

2.2 Loi de composition des vitesses

On va maintenant s'intéresser aux vitesse dans le cadre de la relativité restreinte. On prend les mêmes référentiels que précédement. Choisissons un événement particulier (ex : présence d'une particule) à la position au temps t dans $\mathcal{R}/$. Ses coordonnées sont E1(ct,x,y,z). Dans le référentiel $\mathcal{R}'$ le même événement a pour coordonnées E1'(ct',x',y',z'). Un événement infiniment voisin dans le temps et dans l'espace (ex : présence de cette même particule "infinitésimalement ailleurs"). On a E2(ct+dt,x+dx,y+dy,z+dz), et E2'(ct'+dt',x'+dx',y'+dy',z'+dz').

Par définition, on a la vitesse qui vaut (attention à ne pas confondre avec v_e la vitesse relative des deux référentiels) :

$$\overrightarrow{v}_{/\mathcal{R}} = \frac{d\overrightarrow{r}}{dt} \; et \; \overrightarrow{v}_{/\mathcal{R}'} = \frac{d\overrightarrow{r'}}{dt'}$$

La vitesse se décompose suivant x, y et z.

La transformation de Lorentz amène, par différenciation :

$$cdt = \gamma(cdt' + \beta dx')$$
$$dx = \gamma(dx' + \beta dt')$$

On a alors (démo assez facile) :

$$v_x = \frac{dx}{dt} = c\frac{dx' + \beta dt'}{cdt' + \beta dx'} = \frac{v'_x + v_e}{1 + \frac{v_e v_x}{c^2}} \tag{6}$$

De même, on peut démontrer : $v_{y/z} = \frac{v'_{y/z}}{\gamma(1+\frac{v_e v_x}{c^2})}$

Remarques :

— Si $v_{x/y/z}$«c ou v_e«c, on retrouve le cadre galiléen (sachant que la vitesse de la lumière est max).

— Les composantes suivant y et z sont ici aussi modifiées !

— On peut éventuellement ouvrir sur les quadrivecteurs.

On peut parler ici de l'expérience de Fizeau (1850) qui avait donné une formule de la célérité de la lumière dans l'eau qui n'a été comprises qu'en 1905 grâce à ces formules.

3 Application : Muon atmosphérique

Une application très célèbre de la relativité. Les muons sont des particules créées en haute atmosphère, à une hauteur d'environ 50 km de la surface de la Terre. Ces particules ont une durée de vie d'environ 2 microsecondes, ce qui fait qu'il ne devraient pas avoir le temps d'attendre la surface de la Terre (la lumière parcourant 600 m pendant cette durée)...

Pourtant on arrive à les observer : en réalité, ils ont une une vitesse proche de la vitesse de la lumière. On a donc un contraction de l'espace/dilatation du temps qui lui permet d'arriver à la surface de la Terre. On trouve une distance qui est réduite à 660 m , et un temps de vie de 1.6e-4, ce qui est suffisant.

Conclusion

La relativité restreinte est une correction à la mécanique galiléenne classique qu'il est nécessaire de prendre en compte lorsque l'on a affaire à des grandes vitesses. Elle permet notamment d'expliquer l'expérience de Michelson et Morlay, et d'autres phénomènes... Beaucoup de "paradoxes" en ont découlé, mais ils proviennent d'imprécision dans les définitions (ex : Paradoxe des jumeaux...). On peut éventuellement ouvrir sur la relativité générale, Einstein ne s'étant pas arrêté là.

Commentaire du Jury

Les notions d'événement et d'invariant sont incontournables dans cette leçon. Le jury rappelle qu'il n'est pas forcément nécessaire de mettre en œuvre des vitesses relativistes pour être capable de détecter et de mesurer des effets relativistes. Cette leçon exige une grande rigueur dans l'exposé tant sur les notions fondamentales de relativité restreinte que sur les référentiels en jeu. Elle invite les candidats à faire preuve d'une grande pédagogie pour présenter des notions a priori non intuitives et faire ressortir les limites de l'approche classique. Un exposé clair des notions d'invariant relativiste et de composition des vitesses et de ses propriétés est incontournable dans cette leçon. La réciprocité des effets de dilatation des durées et de contraction des longueurs doit être soulignée. Il n'entre pas dans le cadre de cette leçon de démontrer la transformation de Lorentz-Poincaré. La description d'expériences ou d'applications mettant en jeu ces notions permet de rendre le contenu de cette leçon plus concret. Il ne faut pas se contenter de présenter cette leçon de manière théorique et laisser une bonne place aux applications.

Questions/ Réponses

• Comment peut on démontrer la transfo de Lorentz ?

Globalement on fait un truc qui ressemble à la transfo de galilée et on suppose des coefficients linéaires (car c'est le plus simple) qui respectent les postulats : https://fr.wikiversity.org/wiki/Relativit%C3%A9_restreinte/D%C3%A9monstration_de_la_transformation_de_Lorentz

• Faire le "Cône de lumière" (Minkwoski), relation entre passé, présent et futur et causalité :

https://fr.wikipedia.org/wiki/C%C3%B4ne_de_lumi%C3%A8re/ On peut s'attendre à des questions sur :

• Le paradoxe des jumeaux : Un frère possédant un jumeau par de la terre en fusée et revient, les deux sont techniquement plus jeune que l'autre d'après la dilatation du temps ... (plus de détail sur https://fr.wikipedia.org/wiki/Paradoxe_des_jumeaux si besoin). En réalité, on peut dire que le jumeau qui part et revient de la terre n'est pas dans un ref galiléen pusiqu'il doit accélérer pour partir et revenir.

• Questions sur les muons : https://fr.wikipedia.org/wiki/Muon

• Questions sur l'expérience de Michelson Morley : https://fr.wikipedia.org/wiki/Exp%C3%A9rience_de_Michelson_et_Morley

• Connaitre principe relativité générale : https://fr.wikipedia.org/wiki/Relativit%C3%A9_g%C3%A9n%C3%A9rale

• L'invariance de l'intervalle, on démontre comment ?

https://fr.wikipedia.org/wiki/Invariance_de_Lorentz

• Vous avez présenté comme "nouvelles" la dilatation des durées et la contraction des longueurs, pourtant les élèves connaissent déjà ces phénomènes en arrivant à une telle leçon, pourquoi en parler alors ?

Oui vues en terminale S, mais parachutées, ici on les retrouve à partir du principe de relativité.

• La transformation de Lorentz garde constante les équations de Maxwell, comment on le démontre ? Exemple sur Maxwell-Gauss, où interviendrait la transformation de Lorentz ?

Pas évident : http://www.relativite.info/invariance%20maxwell1.htm

• Vous avez choisi d'illustrer chaque propriété présentée avec des expériences / observa- tions qui les confirment. Pédagogiquement, aurait-il été possible de construire cette leçon avec une grande première partie consacrée aux observations expérimentales, et une grande 2e partie consacrée à la théorie d'Einstein ? A votre avis ce type de plan aurait-il été plus clair ou moins clair pour des élèves ?

La je pense que la réponse est assez personnelle sur les choix pédagogiques :) , mais j'aurais dis que c'est moins clair car la relativité est compliqué : montrer plein d'observation qui vont à contre courant des visions classiques (genre le temps qui n'est pas indépendant du référentiel...) sans apporter de réponses aurait été contreproductif : on aurait surement juste perdu les élèves avant de leur apporter la théorie, ils seraient probablement resté bloqué sur la partie I et aurait moins voir pas écouté la 2.

• Il y a peu, des chercheurs ont mesuré une particule se déplaçant plus vite que la vitesse de la lumière, en avez-vous entendu parler ?

Oui il s'agissait un neutrino, et c'était une erreur de mesure.

• Dans l'expérience de pensée sur le miroir dans le wagon. Vous précisez que la composante verticale de la distance séparant la source au sol du miroir au plafond est L, et ce dans les deux référentiels (attaché au wagon, et le référentiel terrestre). Un élève vous dit que d'après la contraction des longueurs on devrait avoir des longueurs différentes. Comment lui expliquer que non ?

Pas de transformation suivant y, car le train avance suivant x.

• Fonctionnement du GPS ? Corrections relativistes ? Précision ? https ://sciencetonnante.wordpress.com/2013/0
einstein-pas-de-gps/

• Plusieurs questions historiques : apports de Poincaré, Lorentz, Einstein, Fitzgerald ?

Poincarré précurseur de la relativité : Henri Poincaré a apporté nombre d'idées qui vont servir à la relativité einsteinienne, critique de la simultanéité, redéfinition – insuffisante – du temps, un point sur lequel Thibault Damour a justement mis l'accent, inertie de l'énergie, structure de groupe des transformations de Lorentz, principe de relativité appliqué à l'électromagnétisme – il continue de tenir à l'éther. C'est là son échec.

Lorentz a créé la transformée de Lorentz, base de la relativité, dans le but d'expliquer l'expérience de Michelson Morley. Utilise aussi l'ether.

Einstein est considéré comme père de la relativité restreinte (et générale). Il a élaboré la théorie, en énonçant les principes/postulats.

Fitzgerald avance que tous les objets en mouvement se raccourcissent selon la direction de leur déplacement en 1889.

4 Bibliographie

Perez de relativité.

Relativité restreinte : Bases et applications de Claude SEMAY (DUNOD).

cours http://claude-gimenes.fr/physique/relativite-restreinte

Info intéressante sur les leçons : https://studylibfr.com/doc/2383850/l-agr%C3%A9gation-fantastique

http://www.physagreg.fr/leconagreg/physique/lecphys7bis.pdf

Melzani plan